แบบฝึกหัดบทที่ 2

ด้วยความปรารถนาดีจาก

นักศึกษา 208272 คนหนึ่ง

BILLY & JERRY LITTLE BEAR NO DATE

แบบฝึกหัดบทที่ 2

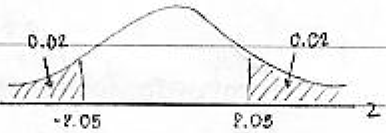
ข้อ 1. วิธีทำ ให้ x = อายุใช้งานที่วัดได้ของหลอดไฟชนิดนี้

x มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 40 ชั่วโมง

โจทย์กำหนด $\sigma = 40$ ชั่วโมง

$n = 30$

$\bar{x} = 780$ ชั่วโมง



$Z_{0.02} = -2.05$, $Z_{0.98} = 2.05$

หาช่วงความเชื่อมั่น 96 % ของ μ จาก

$$\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$780 - 2.05\left(\frac{40}{\sqrt{30}}\right) < \mu < 780 + 2.05\left(\frac{40}{\sqrt{30}}\right)$$

$$765.03 < \mu < 794.97$$

∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 96 % อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟชนิดนี้มีค่าอยู่ระหว่าง 765.03 ถึง 794.97 ชั่วโมง Ans.

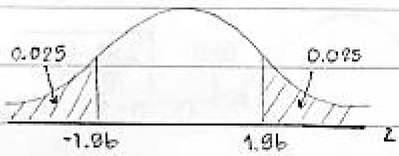
ข้อ 2 วิธีทำ ให้ x = น้ำหนักของเครื่องดื่มในขวด

x มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.5 ออนซ์

โจทย์กำหนด $\sigma = 0.5$ ออนซ์

$n = 36$ ขวด

$\bar{x} = 7.5$ ออนซ์



$Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$

หาช่วงความเชื่อมั่น 95 % ของ μ จาก

$$\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$7.5 - 1.96\left(\frac{0.5}{\sqrt{36}}\right) < \mu < 7.5 + 1.96\left(\frac{0.5}{\sqrt{36}}\right)$$

$$7.337 < \mu < 7.663$$

∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของเครื่องดื่มในขวดมีค่าอยู่ระหว่าง 7.337 ออนซ์ ถึง 7.663 ออนซ์ Ans.

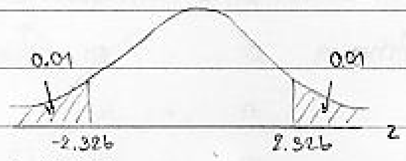
ข้อ 3. วิธีทำ ให้ x = ส่วนสูงของนักศึกษาทั่วไป

โดย x มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ

โจทย์กำหนด $n = 50$ คน

$\bar{x} = 68.5$ นิ้ว

$s = 2.7$ นิ้ว



$Z_{0.01} = -2.326$, $Z_{0.99} = 2.326$

หาช่วงความเชื่อมั่น 98% ของ μ จาก

$$\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$68.5 - 2.326\left(\frac{2.7}{\sqrt{50}}\right) < \mu < 68.5 + 2.326\left(\frac{2.7}{\sqrt{50}}\right)$$

$$67.612 < \mu < 69.388$$

$\therefore$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 98% ส่วนสูงเฉลี่ยของนักศึกษาทั่วไป มีค่าอยู่ระหว่าง 67.612 นิ้ว ถึง 69.388 นิ้ว Ans.

ข้อ 4. วิธีทำ ให้ x = น้ำหนักของอาหารกระป๋องชนิดนี้โดยทั่วไป

x มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ

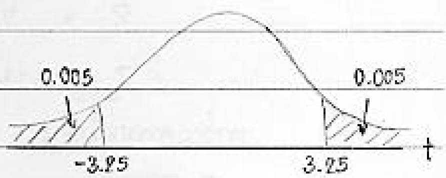
โจทย์กำหนด $n = 10$ กระป๋อง

$$\bar{x} = \frac{10.2 + 9.7 + 10.1 + 10.3 + 10 + 9.8 + 9.9 + 10.4 + 10.3 + 9.8}{10} = 10.05 \text{ ออนซ์}$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1010.57 - 10(10.05)^2}{9}} = 0.246$$

$d.f. = n - 1 = 9$

$t_{0.005,9} = -3.25$, $t_{0.995,9} = 3.25$



หาช่วงความเชื่อมั่น 99% ของ μ จาก

$$\bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$10.05 - 3.25\left(\frac{0.246}{\sqrt{10}}\right) < \mu < 10.05 + 3.25\left(\frac{0.246}{\sqrt{10}}\right)$$

$$9.797 < \mu < 10.303$$

$\therefore$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% น้ำหนักเฉลี่ยของอาหารกระป๋องชนิดนี้โดยทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง 9.797 ออนซ์ ถึง 10.303 ออนซ์ Ans.

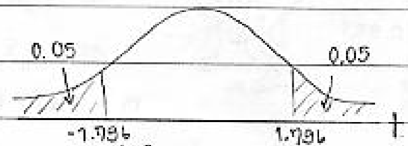
ข้อ 5. วิธีทำ ให้ X = ค่าใช้จ่ายต่อวันของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 ทั่วไป

X มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ

โจทย์กำหนด $n = 12$ คน

$\bar{x} = 8$ บาท

$s = 1.75$ บาท



$t_{0.05,11} = -1.796$, $t_{0.95,11} = 1.796$; $d.f = n-1 = 11$

หาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของ μ จาก

$$\bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$8 - 1.796\left(\frac{1.75}{\sqrt{12}}\right) < \mu < 8 + 1.796\left(\frac{1.75}{\sqrt{12}}\right)$$

$$7.09309 < \mu < 8.907$$

∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ค่าใช้จ่ายต่อวันโดยเฉลี่ยของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 ทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง

7.09 บาท ถึง 8.91 บาท Ans.

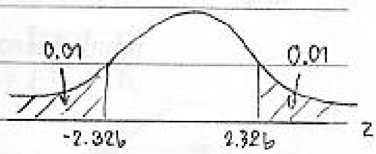
ข้อ 6. วิธีทำ ให้ X = น้ำหนักของส้มทั้งเข่งซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ; $X \sim N(\mu, \sigma)$

$\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยที่ได้จากตัวอย่างส้มในเข่ง จะได้ว่า $\bar{x}$ มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

โจทย์กำหนดช่วงความเชื่อมั่น 98% ของน้ำหนักเฉลี่ย μ เป็น 4.6 และ 9.0 ออนซ์

$$4.6 < \mu < 9.0$$

จาก $\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$



ที่ $n = 49$, $z_{0.01} = -2.326$, $z_{0.99} = 2.326$

ดังนั้น $\bar{x} - 2.326\left(\frac{s}{\sqrt{49}}\right) = 4.60$ —— ①

$\bar{x} + 2.326\left(\frac{s}{\sqrt{49}}\right) = 9.00$ —— ②

① + ② ได้ $2\bar{x} = 13.60$

$\bar{x} = 6.80$

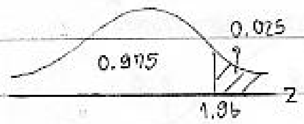
② - ① ได้ $4.652\left(\frac{s}{7}\right) = 4.4$

$s = 6.62$

∴ น้ำหนักเฉลี่ยของส้ม 49 ผลนี้ คือ 6.80 ออนซ์ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักเป็น 6.62 ออนซ์ Ans.

ข้อ 7. วิธีทำ จาก $n = \dfrac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\,\sigma^2}{e^2}$

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.95 ค่า $Z_{0.975} = 1.96$



กำหนดให้ $e \le 100$

$\sigma = 1{,}000$

$$n = \frac{(1.96)^2(1{,}000)^2}{(100)^2}$$

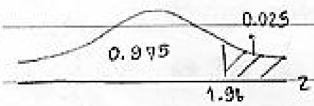
$$= 384.16$$

∴ ถ้าต้องการประมาณค่าใช้จ่ายต่อเดือนโดยเฉลี่ยของนักศึกษามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จะต้องใช้ตัวอย่าง

385 คน Ans.

ข้อ 8. วิธีทำ จาก $n = \dfrac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\,\sigma^2}{e^2}$

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 ค่า $Z_{0.975} = 1.96$



กำหนดให้ $e = 2.5$

$\sigma = 15$

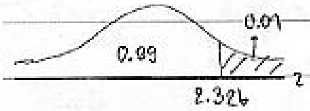
$$n = \frac{(1.96)^2(15)^2}{(2.5)^2}$$

$$= 138.298$$

∴ ถ้าต้องการหาความสามารถทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยของนักเรียนจากกลุ่มใหญ่ จะต้องใช้ตัวอย่าง 139 คน Ans.

ข้อ 9. วิธีทำ จาก $n = \dfrac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\,\sigma^2}{e^2}$

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.98 ค่า $Z_{0.99} = 2.326$



กำหนดให้ $e = 20$

$\sigma = 100$

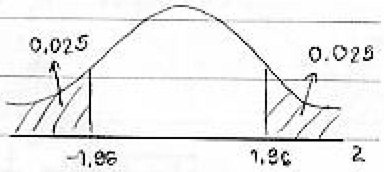
$$n = \frac{(2.326)^2(100)^2}{(20)^2}$$

$$= 135.26$$

∴ ถ้าต้องการหาเวลาเฉลี่ยที่แม่บ้านใช้ในการรีดเสื้อต่อหนึ่งตัว ต้องใช้ตัวอย่าง 136 คน Ans.

ข้อ 10. ให้ μ = ค่าเฉลี่ยของประชากร

$\bar{x}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง



ประชากรกลุ่มที่ 1 : $\sigma_1 = 5$, $n_1 = 25$, $\bar{x}_1 = 80$

ประชากรกลุ่มที่ 2 : $\sigma_2 = 3$, $n_2 = 36$, $\bar{x}_2 = 75$

$Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$

หาช่วงประมาณผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งสองกลุ่ม $\mu_1 - \mu_2$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จาก

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

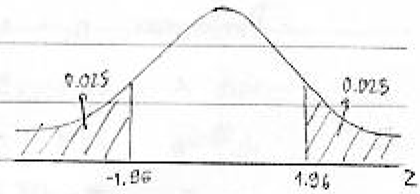
$$(80-75) - 1.96\sqrt{\frac{5^2}{25} + \frac{3^2}{36}} < \mu_1 - \mu_2 < (80-75) + 1.96\sqrt{\frac{5^2}{25} + \frac{3^2}{36}}$$

$$2.808 < \mu_1 - \mu_2 < 7.191$$

∴ ด้วยความเชื่อมั่น 95% ผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งสองกลุ่มนี้จะมีค่าอยู่ระหว่าง 2.808 ถึง 7.191 <u>Ans.</u>

ข้อ 11. <u>วิธีทำ</u> ให้ μ = ผลผลิตเฉลี่ยของข้าวพันธุ์ที่ทดลองปลูก

$\bar{x}$ = ผลผลิตเฉลี่ยของตัวอย่างข้าวที่ทดลองปลูก



ข้าวพันธุ์ที่ 1 : $n_1 = 50$, $\bar{x}_1 = 78.3$, $s_1 = 5.6$

ข้าวพันธุ์ที่ 2 : $n_2 = 50$, $\bar{x}_2 = 87.2$, $s_2 = 8.3$

$Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$

ประมาณผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งสองกลุ่ม $\mu_1 - \mu_2$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จาก

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$(78.3-87.2) - 1.96\sqrt{\frac{5.6^2}{50} + \frac{8.3^2}{50}} < \mu_1 - \mu_2 < (78.3-87.2) + 1.96\sqrt{\frac{5.6^2}{50} + \frac{8.3^2}{50}}$$

$$-11.675 < \mu_1 - \mu_2 < -6.125$$

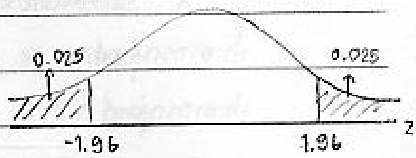
∴ ด้วยความเชื่อมั่น 95% ผลต่างของผลผลิตเฉลี่ยของข้าวทั้ง 2 พันธุ์นี้จะมีค่าอยู่ระหว่าง -11.675 กิโลต่อไร่ ถึง -6.125 กิโลต่อไร่ <u>Ans.</u>

ข้อ 12. วิธีทำ ให้ μ_1 , μ_2 เป็นน้ำหนักเฉลี่ยของเด็กแรกเกิดในเมืองและในชนบทตามลำดับ

โจทย์กำหนด $\sigma_1 = 100$, $n_1 = 16$, $\bar{x}_1 = 2{,}500$

$\sigma_2 = 120$, $n_2 = 9$, $\bar{x}_2 = 2{,}400$

$Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$



หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ จาก

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(2{,}500 - 2{,}400) - 1.96\sqrt{\frac{100^2}{16} + \frac{120^2}{9}} < \mu_1 - \mu_2 < (2{,}500 - 2{,}400) + 1.96\sqrt{\frac{100^2}{16} + \frac{120^2}{9}}$$

$$7.55 < \mu_1 - \mu_2 < 192.45$$

$\therefore$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ความแตกต่างของน้ำหนักเฉลี่ยของเด็กแรกเกิดในเมืองและในชนบท มีค่าอยู่ระหว่าง 7.55 กรัม ถึง 192.45 กรัม Ans.

ข้อ 13. วิธีทำ ให้ μ_1 , μ_2 เป็นน้ำหนักต่อแปลงโดยเฉลี่ยของข้าวโพดพันธุ์ A และ พันธุ์ B ตามลำดับ

โจทย์กำหนด $n_1 = 10$, $n_2 = 7$, $\sigma_1 = \sigma_2$ และผลผลิตข้าวโพดต่อแปลง ดังนี้

พันธุ์ A	62.1	57.0	60.4	44.7	52.2	44.5	48.4	58.8	60.9	55.9
พันธุ์ B	42.8	77.1	64.8	77.1	73.7	72.0	70.6			

จาก $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$; $\bar{x}_1 = \frac{544.9}{10} = 54.49$, $\bar{x}_2 = \frac{478.1}{7} = 68.3$

$s^2 = \sqrt{\frac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$; $S_1^2 = \sqrt{\frac{30090.37 - (10)(54.49)^2}{9}} = 44.31$

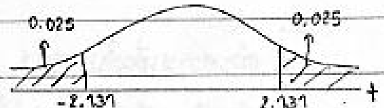
$S_2^2 = \frac{33{,}519.75 - (7)(68.3)^2}{6} = 144.25$

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ เมื่อ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ $n_1, n_2 < 30$ จาก

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\frac{\alpha}{2}} S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

ที่ $d.f = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 7 - 2 = 15$

ได้ $t_{0.025,15} = -2.131$, $t_{0.975,15} = 2.131$



$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(10-1)44.31 + (7-1)144.25}{10+7-2}$

$S_p = \sqrt{84.286} = 9.18$

$$\therefore (54.49 - 68.3) - 2.131(9.18)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{7}} < \mu_1 - \mu_2 < (54.49 - 68.3) + 2.131(9.18)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{7}}$$

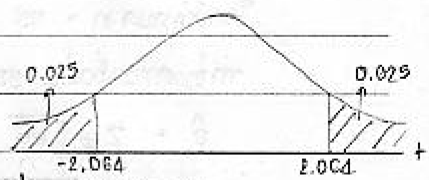
$$-23.451 < \mu_1 - \mu_2 < -4.169$$

$\therefore$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ความแตกต่างระหว่างน้ำหนักต่อแปลงโดยเฉลี่ยของข้าวโพดพันธุ์ A และ พันธุ์ B โดยทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง -23.451 กิโลกรัม ถึง -4.169 กิโลกรัม Ans.

ข้อ 14. วิธีทำ ให้ μ_1, μ_2 เป็นรายได้ต่อเดือนโดยเฉลี่ยของแพทย์ และทันตแพทย์ตามลำดับ

โจทย์กำหนด $n_1 = 10$, $\bar{X}_1 = 8{,}000$, $S_1 = 150$

$n_2 = 16$, $\bar{X}_2 = 7{,}000$, $S_2 = 100$



หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ เมื่อ $n_1, n_2 < 30$ และ $\sigma_1 = \sigma_2$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{1-\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

ที่ $d.f = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 16 - 2 = 24$

ได้ $t_{0.025, 24} = -2.064$, $t_{0.975, 24} = 2.064$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(10-1)(150)^2 + (16-1)(100)^2}{10 + 16 - 2} = 14687.5$$

$$S_p = \sqrt{14{,}687.5} = 121.19$$

$$(8{,}000 - 7{,}000) - 2.064(121.19)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{16}} < \mu_1 - \mu_2 < (8{,}000 - 7{,}000) + 2.064(121.19)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{16}}$$

$$899.17 < \mu_1 - \mu_2 < 1{,}100.83$$

$\therefore$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ความแตกต่างของรายได้ต่อเดือนโดยเฉลี่ยของแพทย์กับทันตแพทย์ในจังหวัดเชียงใหม่

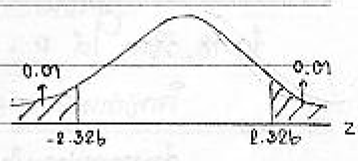
มีค่าอยู่ระหว่าง 899.17 บาท ถึง 1,100.83 บาท Ans.

ข้อ 15. วิธีทำ ให้ X = จำนวนครอบครัวที่มีโทรทัศน์สี

โจทย์กำหนด $n = 1{,}000$, $X = 280$ สัดส่วนของครอบครัวที่มีโทรทัศน์สี $= \frac{280}{1{,}000} = 0.28 = \hat{p}$

หาช่วงความเชื่อมั่น 98% ของ P ; $Z_{0.01} = -2.326$, $Z_{0.99} = 2.326$

$$\hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < P < \hat{p} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$



$$0.28 - 2.326\sqrt{\frac{0.28(0.72)}{1000}} < P < 0.28 + 2.326\sqrt{\frac{0.28(0.72)}{1{,}000}}$$

$$0.247 < P < 0.313$$

$\therefore$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 98% สัดส่วนของผู้มีโทรทัศน์สีในเมืองนี้จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.247 ถึง 0.313 Ans.

NO ________
DATE ________ BEST FRIEND LITTLE BEAR

ข้อ 16. วิธีทำ ให้ X = จำนวนนักศึกษาที่มีรถยนต์ส่วนตัว

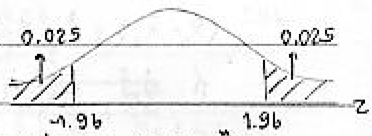
โจทย์กำหนด $n = 75$; สัดส่วนของนักศึกษาที่มีรถยนต์ส่วนตัว $= \frac{x}{n} = \frac{16}{75} = 0.213$

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ P, $Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$

$$\hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < P < \hat{p} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$0.213 - 1.96\sqrt{\frac{0.213(0.787)}{75}} < P < 0.213 + 1.96\sqrt{\frac{0.213(0.787)}{75}}$$

$$0.1203 < P < 0.3057$$



∴ ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% สัดส่วนของนักศึกษาที่มีรถยนต์ส่วนตัวมีค่าอยู่ระหว่าง 0.1203 ถึง 0.3057 Ans.

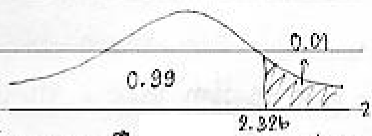
ข้อ 17 วิธีทำ จาก $n = \frac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(pq)}{e^2}$

โจทย์กำหนด $N = 250$, $x = 90$, $e = 0.023$

$p = \frac{90}{250} = 0.36$, $q = 1 - 0.36 = 0.64$

ที่ความน่าจะเป็น 0.98 ; $Z_{0.99} = 2.326$

$$n = \frac{(2.326)^2(0.36)(0.64)}{(0.023)^2} = 2{,}356.38$$



∴ ขนาดตัวอย่างที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.023 ด้วยความน่าจะเป็น 0.98 คือ 2357 คน Ans.

ข้อ 18. วิธีทำ ให้ P = ค่าสัดส่วนของแอปเปิ้ลที่สุกและหวาน

โจทย์กำหนด $e = 0.02$

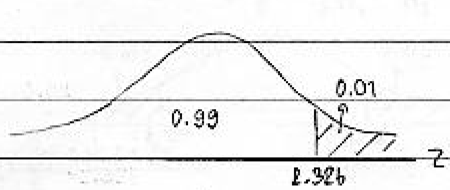
ด้วยความน่าจะเป็น 0.98, $\alpha = 0.02$, $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.99} = 2.326$

$$n \geq \frac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{4e^2}$$

$$n \geq \frac{(2.326)^2}{4(0.02)^2}$$

$$n \geq 3381.42$$

$$n \geq 3382$$



∴ ควรใช้ตัวอย่างน้อยที่สุด 3382 ผล จึงจะทำให้ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.02 ด้วยความน่าจะเป็น 0.98 Ans.

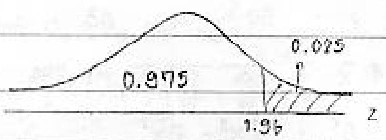
ข้อ 19. วิธีทำ ให้ p = ค่าสัดส่วนของหญิงในหอพักซึ่งแต่งงานภายใน 3 ปี หลังจากสำเร็จการศึกษา

โจทย์กำหนด $e = 0.05$

ความมั่นใจเป็น 0.95 , $\alpha = 0.05$, $Z_{0.975} = 1.96$

$$n \geq \frac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{4e^2}$$

$$n \geq \frac{(1.96)^2}{4(0.05)^2}$$

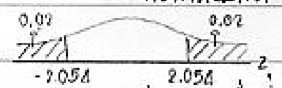


$$n \geq 384.16 \geq 385$$

∴ ควรใช้ตัวอย่างน้อยที่สุด 384 คน จึงจะทำให้ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.05 ด้วยความมั่นใจเป็น 0.95 Ans.

ข้อ 20. วิธีทำ ให้ p_1, p_2 = สัดส่วนของผู้เช่าบ้านที่อาศัยในเมืองแรก และเมืองที่สอง ตามลำดับ

โจทย์กำหนดให้ $n_1 = 100$ ครอบครัว ; $x_1 = 52$ ครอบครัว , $\hat{p}_1 = \frac{52}{100} = 0.52$



$n_2 = 125$ ครอบครัว , $x_2 = 43$ ครอบครัว , $\hat{p}_2 = \frac{43}{125} = 0.344$

หาช่วงความเชื่อมั่น 96 % ของ $p_1 - p_2$, $Z_{0.02} = -2.054$, $Z_{0.98} = 2.054$

จาก $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$

$$(0.52 - 0.344) - 2.054\sqrt{\frac{0.52(0.48)}{100} + \frac{0.344(0.656)}{125}} < p_1 - p_2 < (0.52 - 0.344) + 2.054\sqrt{\frac{0.52(0.48)}{100} + \frac{0.344(0.656)}{125}}$$

$$0.041 < p_1 - p_2 < 0.311$$

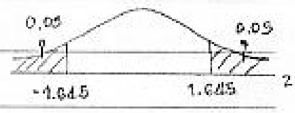
∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 96% ผลต่างของสัดส่วนผู้เช่าบ้านที่อาศัยในเมืองแรก และเมืองที่สอง

มีค่าอยู่ระหว่าง 0.041 ถึง 0.311 Ans.

ข้อ 21 วิธีทำ ให้ p_1, p_2 = สัดส่วนของลูกค้าผู้หญิงจากร้านอาหารร้านที่ 1 และร้านที่ 2 ตามลำดับ

โจทย์กำหนดให้ $n_1 = 100$ คน , $x_1 = 48$ คน , $\hat{p}_1 = \frac{48}{100} = 0.48$

$n_2 = 100$ คน , $x_2 = 32$ คน , $\hat{p}_2 = \frac{32}{100} = 0.32$



หาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของ $p_1 - p_2$; $Z_{0.05} = -1.645$, $Z_{0.95} = 1.645$

จาก $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$

$$(0.48 - 0.32) - 1.645\sqrt{\frac{(0.48)(0.52)}{100} + \frac{(0.32)(0.68)}{100}} < p_1 - p_2 < (0.48 - 0.32) + 1.645\sqrt{\frac{(0.48)(0.52)}{100} + \frac{0.32(0.68)}{100}}$$

$$0.048 < p_1 - p_2 < 0.272$$

∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ความแตกต่างของสัดส่วนโดยรวมของลูกค้าผู้หญิงของร้านอาหารทั้งสอง มีค่าอยู่

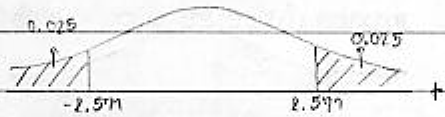
ระหว่าง 0.048 ถึง 0.272 Ans.

ข้อ 22. วิธีทำ ให้ μ_1, μ_2 = คะแนนเฉลี่ยของนักศึกษาห้องเรียนที่ 1 และห้องที่ 2 ตามลำดับ

โจทย์กำหนดให้ $n_1 = 4$ คน, $n_2 = 3$ คน, $\sigma_1 = \sigma_2$ และคะแนนของนักศึกษา ดังนี้

ห้องที่ 1 : 64 66 89 77

ห้องที่ 2 : 56 71 53



จาก $\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$; $\bar{X}_1 = \frac{296}{4} = 74$, $\bar{X}_2 = \frac{180}{3} = 60$

$S^2 = \frac{\sum X^2 - n\bar{X}^2}{n-1}$; $S_1^2 = \frac{22,302 - 4(74)^2}{4-1} = 132.667$

$S_2^2 = \frac{10,986 - 3(60)^2}{3-1} = 93$

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ เมื่อ $n_1, n_2 < 30$ และ $\sigma_1 = \sigma_2$ จาก

$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{1-\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

ที่ $df = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 3 - 2 = 5$

ได้ $t_{0.025,5} = -2.571$, $t_{0.975,5} = 2.571$

$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(4-1)(132.667)^2 + (3-1)93^2}{4+3-2} = 116.8002$

$S_p = \sqrt{116.8002} = 10.807$

$(74 - 60) - 2.571(10.807)\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} < \mu_1 - \mu_2 < (74 - 60) + 2.571(10.807)\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}$

$-7.221 < \mu_1 - \mu_2 < 35.221$

$\therefore$ ช่วงความเชื่อมั่น 95% ผลต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษาทั้งสองห้องเรียน มีค่า

อยู่ระหว่าง -7.221 คะแนน ถึง 35.221 คะแนน Ans.

NO ______

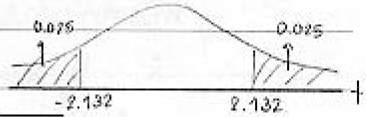
DATE ______

ข้อ 23. วิธีทำ ให้ μ_1, μ_2 = น้ำหนักของกระเทียมต่อแปลงโดยเฉลี่ยที่ปลูกโดยกรรมวิธี ก และกรรมวิธี ข. ตามลำดับ

โจทย์กำหนดให้ $n_1 = 9$ แปลง , $\bar{x}_1 = 64$ กิโลกรัม , $s_1 = 6$ กิโลกรัม

$n_2 = 14$ แปลง , $\bar{x}_2 = 59$ กิโลกรัม , $s_2 = 5$ กิโลกรัม

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ เมื่อ $n_1, n_2 < 30$ และ $\sigma_1 \neq \sigma_2$ จาก



$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

ที่ $$d.f = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left(\frac{6^2}{9} + \frac{5^2}{14}\right)^2}{\frac{\left(\frac{6^2}{9}\right)^2}{9-1} + \frac{\left(\frac{5^2}{14}\right)^2}{14-1}} = 14.91$$ (เทียบบัญญัติไตรยางศ์)

(ห่าง 1 = 0.014)

(0.91 = 0.91 × 0.014 = 0.0127)

$t_{0.025, 14.91} = -2.132$, $t_{0.975, 14.91} = 2.132$

$$(64 - 59) - 2.132\sqrt{\frac{6^2}{9} + \frac{5^2}{14}} < \mu_1 - \mu_2 < (64 - 59) + 2.132\sqrt{\frac{6^2}{9} + \frac{5^2}{14}}$$

$$-0.128 < \mu_1 - \mu_2 < 10.128$$

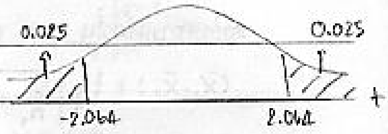
∴ ช่วงความเชื่อมั่น 95% ผลต่างระหว่างน้ำหนักของกระเทียมต่อแปลงโดยเฉลี่ยที่ปลูกโดยกรรมวิธีทั้งสองวิธีอยู่ระหว่าง -0.128 กิโลกรัม ถึง 10.128 กิโลกรัม Ans.

ข้อ 24. ก. วิธีทำ ให้ μ_1, μ_2 = ระยะเวลาเฉลี่ยในการรักษาผู้ป่วยโรคอหิวาตกโรค และโรคบิด ตามลำดับ

โจทย์กำหนดให้ $n_1 = 25$ คน , $\bar{x}_1 = 15$ วัน , $s_1 = 5$ วัน

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ μ_1 เมื่อ $n_1 < 30$ จาก

$$\bar{x}_1 + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}} < \mu_1 < \bar{x}_1 + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}}$$



ที่ d.f = n-1 = 25-1 = 24

จะได้ $t_{0.025,24} = -2.064$, $t_{0.975,24} = 2.064$

$$15 - 2.064\frac{(5)}{\sqrt{25}} < \mu_1 < 15 + 2.064\frac{(5)}{\sqrt{25}}$$

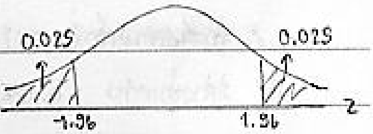
$$12.936 < \mu_1 < 17.064$$

∴ ระยะเวลาเฉลี่ยในการรักษาผู้ป่วยโรคอหิวาตกโรค มีค่าอยู่ระหว่าง 12.936 วัน ถึง 17.064 วัน Ans.

โจทย์กำหนดให้ $n_2 = 40$ คน , $\bar{x}_2 = 10$ วัน , $s_2 = 4$ วัน

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ μ_2 เมื่อ $n_2 \geq 30$ จาก

$$\bar{x}_2 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_2}{\sqrt{n_2}} < \mu_2 < \bar{x}_2 + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s_2}{\sqrt{n_2}}$$



$Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$

$$10 - 1.96\frac{(4)}{\sqrt{40}} < \mu_2 < 10 + 1.96\frac{(4)}{\sqrt{40}}$$

$$8.76 < \mu_2 < 11.249$$

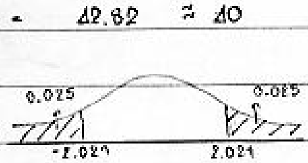
∴ ระยะเวลาเฉลี่ยในการรักษาผู้ป่วยโรคบิด มีค่าอยู่ระหว่าง 8.76 วัน ถึง 11.24 วัน Ans.

ข. วิธีทำ ให้ $\mu_1 - \mu_2$ = ความแตกต่างระหว่างระยะเวลาเฉลี่ยของการรักษาผู้ป่วยโรคอหิวาตกโรคและโรคบิด

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ เมื่อ n_1 หรือ $n_2 < 30$ และ $\sigma_1 \neq \sigma_2$ จาก

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$\text{ที่ d.f} = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 2}} , \quad \frac{\left(\frac{5^2}{25} + \frac{4^2}{40}\right)^2}{\frac{\left(\frac{5^2}{25}\right)^2}{25 - 1} + \frac{\left(\frac{4^2}{40}\right)^2}{40 - 1}} = 42.82 \approx 40$$



$t_{0.025,40} = -2.021$, $t_{0.975,40} = 2.021$

$$(15-10) - 2.021\sqrt{\frac{5^2}{25} + \frac{4^2}{40}} < \mu_1 - \mu_2 < (15-10) + 2.021\sqrt{\frac{5^2}{25} + \frac{4^2}{40}}$$

$$2.6087 < \mu_1 - \mu_2 < 7.3913$$

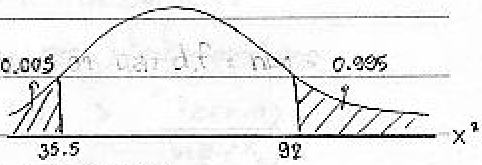
∴ ความแตกต่างระหว่างระยะเวลาเฉลี่ยของการรักษาโรคอหิวาตกโรคและโรคบิด จะมีค่าอยู่ระหว่าง

2.6087 วัน ถึง 7.3913 วัน Ans.

ข้อ 25. วิธีทำ ให้ σ = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ทั้งหมดที่ผลิตจากโรงงานนี้

หาช่วงความเชื่อมั่น 99% ของ σ^2 จาก

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\nu}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\nu}} \;;$$



โจทย์กำหนดให้ $n = 61$, $s = 100$, $\alpha = 0.01$; $d.f = n-1 = 60$

จากตาราง $\chi^2_{0.005,60} = 35.5$, $\chi^2_{0.995,60} = 92.0$

$$\frac{(61-1)(100)^2}{92} < \sigma^2 < \frac{(61-1)(100)^2}{35.5}$$

$$\sqrt{\frac{60(10,000)}{92}} < \sigma < \sqrt{\frac{60(10,000)}{35.5}}$$

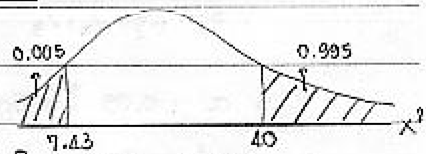
$$80.757 < \sigma < 130.005$$

∴ ที่ช่วงความเชื่อมั่น 99% ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ทั้งหมดที่ผลิตจากโรงงานนี้ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 80.757 ชั่วโมง ถึง 130.005 ชั่วโมง Ans

ข้อ 26 วิธีทำ ให้ σ^2 = ความแปรปรวนของคะแนนสอบกลางภาควิชา 208272 ของนักศึกษาทั้งหมด

โจทย์กำหนดให้ $n = 21$ คน , $\Sigma(x-\bar{x})^2 = 12$ แก้เป็น 12

จาก $s^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{12}{20} = 0.6$



หาช่วงความเชื่อมั่น 99% ของ σ^2 จาก

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\nu}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\nu}} \;; \; d.f = n-1 = 20$$

เปิดตารางได้ $\chi^2_{0.005,20} = 7.43$, $\chi^2_{0.995,20} = 40$

$$\frac{(21-1)(0.6)}{40} < \sigma^2 < \frac{(21-1)(0.6)}{7.43}$$

$$0.300 < \sigma^2 < 1.615$$

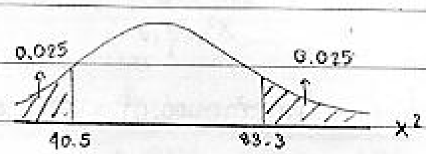
∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ความแปรปรวนของคะแนนสอบกลางภาควิชา 208272 ของนักศึกษาทั้งหมด จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.3 คะแนน ถึง 1.615 คะแนน Ans

ข้อ 27. วิธีทำ ให้ σ^2 = ความแปรปรวนของเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกปืนทั้งหมดที่ผลิตโดยเครื่องจักร

โจทย์กำหนดให้ $n = 61$ ลูก , $s = 9.4$ มม.

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ σ^2 จาก

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},v}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},v}}$$



d.f $= n-1 = 61-1 = 60$

เปิดตารางได้ $\chi^2_{0.025,60} = 40.5$, $\chi^2_{0.975,60} = 83.3$

$$\frac{(61-1)(9.4)^2}{83.3} < \sigma^2 < \frac{(61-1)(9.4)^2}{40.5}$$

$$63.645 < \sigma^2 < 130.904$$

∴ ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% ความแปรปรวนของเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกปืนทั้งหมดที่ผลิตโดยเครื่องจักร ดังกล่าว มีค่าอยู่ระหว่าง 63.645 ถึง 130.904 Ans.

ข้อ 28. วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $n_x = 15$, $n_y = 20$, $\bar{x}_x = 50$, $\bar{x}_y = 75$, $s_x = 10$, $s_y = 15$

หาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ จาก

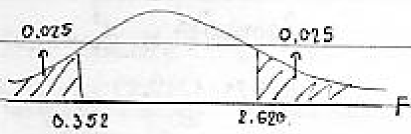
$$\frac{s_x^2}{s_y^2 F_{1-\frac{\alpha}{2}, v_x, v_y}} < \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} < \frac{s_x^2}{s_y^2 F_{\frac{\alpha}{2}, v_x, v_y}}$$

ที่ $\alpha = 0.05$ ได้ $F_{0.975,14,19} = 2.62$; $F_{0.025,14,19} = \frac{1}{F_{0.975,19,14}} = \frac{1}{2.84} = 0.352$

$$\frac{10^2}{15^2(2.62)} < \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} < \frac{10^2}{15^2(0.352)}$$

$$0.16964 < \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} < 1.26263$$

$$\sqrt{0.16964} < \frac{\sigma_x}{\sigma_y} < \sqrt{1.26263}$$



0.41

$$0.4119 < \frac{\sigma_x}{\sigma_y} < 1.1237$$

∴ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% อัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร X และ ประชากร Y จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.4119 ถึง 1.1237 Ans.