สถิติเบื้องต้น
สำหรับสังคมศาสตร์ 2

โดย อาจารย์วฐา มินเสน

บทที่ 5 การทดสอบแบบไคสแควร์

ในบางครั้งอาจจัดออกเป็นกลุ่มข้อมูล (categoried data) โดยแบ่งค่าสังเกตเป็นกลุ่ม ๆ และจัดข้อมูลอยู่ในรูปของความถี่ และมักจะเป็นการศึกษาทางด้านคุณภาพ ค่าสังเกตจะได้จากการนับ เช่น ในการศึกษาเกี่ยวกับศาสนา อาจจำแนกศาสนาเป็น พุทธ คริสต์ อิสลามและอื่น ๆ ในการตรวจสอบคุณภาพของผลผลิตจากโรงงานอาจจำแนกเป็น ดีมาก มีตำหนิเล็กน้อยและใช้ไม่ได้ หรือศึกษาสภาพของฝนที่ตกในแต่ละปี อาจจำแนกเป็น ตกมาก ตกปานกลาง และตกเล็กน้อย เป็นต้น

ข้อมูลเชิงปริมาณ

ส่วนสูง...........150, 151.1, 180.55 ซม. เป็นต้น
จำนวนบุตร........... 5, 3,0 คน เป็นต้น

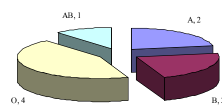
ข้อมูลเชิงคุณภาพ

เพศ.............. ชาย , หญิง เป็นต้น
สถานะภาพ..........โสด, สมรส, หม้าย เป็นต้น

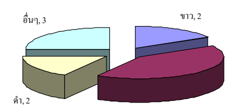
---

1. การทดสอบหลายสัดส่วน (การทดสอบอัตราส่วน)

เช่น สัดส่วนคนชอบรถจักรยานยนต์สี ขาว : แดง : ดำ : อื่นๆ เป็น 2 : 5 : 2 : 3 หรือไม่



สัดส่วนกรุ๊ปเลือด A : B : O : AB เป็น 2 : 2 : 4 : 1 หรือไม่



การทดสอบหลายสัดส่วน

ขั้นตอนที่ 1 การตั้งสมมติฐาน

H_0 : สัดส่วน....................................เป็น.....:.....:.....:.....:……
H_1 : สัดส่วน....................................ไม่เป็น.....:.....:.....:.....:……

เช่น

H_0 : สัดส่วนกรุ๊ปเลือด A : B : O : AB เป็น 2:2:4:1
H_1 : สัดส่วนกรุ๊ปเลือด A : B : O : AB ไม่เป็น 2:2:4:1

เช่น

H_0 : ลูกเต๋าเที่ยงตรง
H_1 : ลูกเต๋าไม่เที่ยงตรง

H_0 : ลูกเต๋ามีสัดส่วน 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 เป็น 1 : 1 : 1 :1 : 1 : 1
H_1 : ลูกเต๋ามีสัดส่วน 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 ไม่เป็น 1 : 1 : 1 :1 : 1 : 1

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1

หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

หรือ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{O_i^2}{E_i} - N$$

O_i= ค่าความถี่สังเกต

E_i= ค่าความถี่คาดหวัง

N= จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง
หรือจำนวนที่สังเกตทั้งหมด

ทำผลรวม O และ E ให้เป็นจำนวนรวมเท่ากัน

- โดยการให้ E มีจำนวนเท่ากับ O

เช่น สัดส่วนคนชอบรถจักรยานยนต์สี ขาว : แดง : ดำ : อื่นๆ เป็น 2 : 5 : 2 : 3 หรือไม่

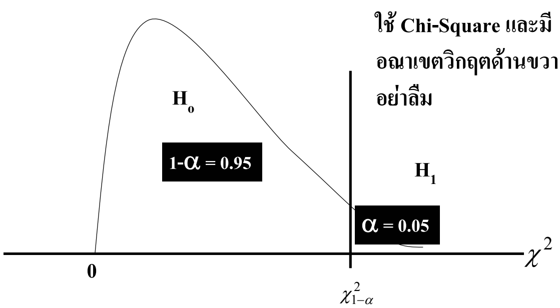
หลังจากได้ทำการสำรวจคน 100 คน ได้ผลดังนี้คนชอบรถจักรยานยนต์สี ขาว : แดง : ดำ : อื่นๆ เป็น 20 : 25 : 45 : 10

ทำ E ให้มีจำนวนเท่ากับ O .... E รวมเป็น 12

สีขาว 100 x 2 / 12 = 16.67 สีแดง 100 x 5 / 12 = 41.67

สีดำ 100 x 2 / 12 = 16.67 อื่นๆ 100 x 3 / 12 = 25

4. หาอณาเขตวิกฤต



d.f. = k - 1

***พื้นที่ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 ***

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า “ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล (สัดส่วนเป็นไปตามกำหนด)

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า “ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล (สัดส่วนไม่เป็นไปตามกำหนด)

ลองทำแบบฝึกหัดท้ายบท

2. การทดสอบความเป็นอิสระ

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ		
(ปี)	0	1	2
18 - 25	51	183	146
26 - 35	173	104	57
36 - 60	203	154	79

จากข้อมูลนี้พวกเราบอกอะไรได้บ้างครับ....??????

2. การทดสอบความเป็นอิสระ

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ		
(ปี)	0	1	2
18 - 25	51	183	146
26 - 35	173	104	57
36 - 60	203	154	79

จากข้อมูลนี้พวกเราบอกอะไรได้บ้างครับ....??????

2. การทดสอบความเป็นอิสระ

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ		
(ปี)	0	1	2
18 - 25	51	183	146
26 - 35	173	104	57
36 - 60	203	154	79

จากข้อมูลนี้พวกเราบอกอะไรได้บ้างครับ....??????

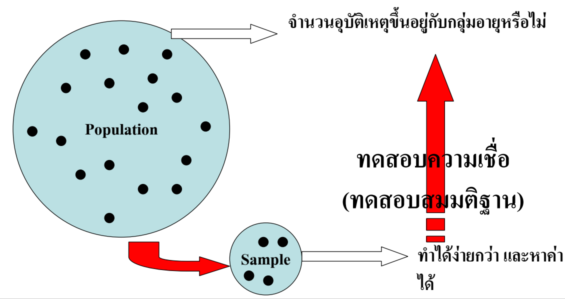
2. การทดสอบความเป็นอิสระ

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ		
(ปี)	0	1	2
18 - 25	51	183	146
26 - 35	173	104	57
36 - 60	203	154	79

จะเห็นจำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุขึ้นอยู่กับอายุ โดยเฉพาะอายุ 18 – 25 ปี

แต่

เราขังไม่สามารถสรุปแบบนั้นได้....เพราะข้อมูลที่เห็นในตารางนั้นเป็นเพียงการสุ่มตัวอย่างเท่านั้น.....



เราเรียกการทดสอบนี้ว่า การทดสอบความเป็นอิสระ

ขั้นตอนที่ 1 การตั้งสมมติฐาน

H_o : ตัวแปร X และตัวแปร Y ไม่ขึ้นอยู่ต่อกัน
H_1 : ตัวแปร X และตัวแปร Y ขึ้นอยู่ต่อกัน

เช่น

H_o : จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุไม่ขึ้นอยู่กับกลุ่มอายุ
H_1 : จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุขึ้นอยู่กับกลุ่มอายุ

หรือ

H_o : จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุไม่สัมพันธ์กับกลุ่มอายุ
H_1 : จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุสัมพันธ์กับกลุ่มอายุ

หรือ

H_o : จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุเป็นอิสระกับกลุ่มอายุ
H_1 : จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุไม่เป็นอิสระกับกลุ่มอายุ

เป็นต้น

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ
หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1
หรือ การปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{all} \sum_{j=1}^{all} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{all} \sum_{j=1}^{all} \left(\frac{O^2_{ij}}{E_{ij}} \right) - N$$

O_{ij}= ค่าความถี่สังเกต

E_{ij}= ค่าความถี่คาดหวัง

N= จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง
หรือจำนวนที่สังเกตทั้งหมด

ข้อมูลที่ไปสำรวจมาในตารางเป็นค่า O_{ij}

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ		
(ปี)	0	1	2
18 - 25 26 - 35 36 - 60	51 173 203	183 104 154	146 57 79

แล้ว E_{ij} หา อย่างไร....................

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ			
(ปี)	0	1	2	รวม
18 - 25	427x380/1150	441x380/1150	282x380/1150	380
26 - 35	427x334/1150	441x334/1150	282x334/1150	334
36 - 60	427x436/1150	441x436/1150	282x436/1150	436
รวม	427	441	282	1150

แล้ว E_{ij} หา อย่างไร....................

อายุคนขับ	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ			
(ปี)	0	1	2	รวม
18 - 25	427x380/1150	441x380/1150	282x380/1150	380
26 - 35	427x334/1150	441x334/1150	282x334/1150	334
36 - 60	427x436/1150	441x436/1150	282x436/1150	436
รวม	427	441	282	1150

ดังนั้นจะได้ค่า E_{ij} ดังตาราง

อายุคนขับ (ปี)	**จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ**		
	0	**1**	**2**
18 - 25	**141.10**	**145.72**	**93.18**
26 - 35	**124.02**	**128.08**	**81.90**
36 - 60	**161.89**	**167.20**	**106.91**

แทนค่าในสูตร

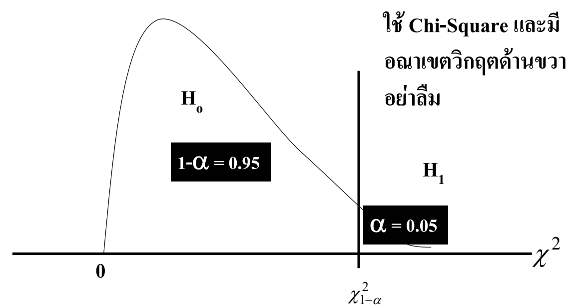
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{all} \sum_{j=1}^{all} \left(\frac{O^2_{ij}}{E_{ij}} \right) - N$$

$$\chi^2 = \left(\frac{51^2}{141.10} + \frac{183^2}{145.72} + \ldots\ldots \frac{79^2}{106.91} \right) - 1150$$

$$\chi^2 = 147.22$$

4. หาอณาเขตวิกฤต

ใช้ Chi-Square และมีอณาเขตวิกฤตด้านขวา อย่าลืม



d.f. = (r-1)(c-1)

*****พื้นที่ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 *****

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

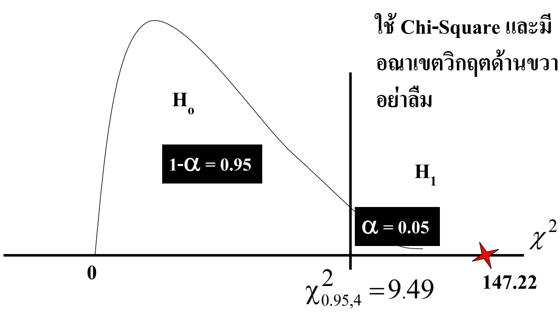
เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า “ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล (ตัวแปร X และตัวแปร Y ไม่ขึ้นอยู่ต่อกัน)

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า “ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล (ตัวแปร X และตัวแปร Y ขึ้นอยู่ต่อกัน)

ลองทำตัวอย่างให้สมบูรณ์เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 และทำแบบฝึกหัดท้ายบท

4. หาอณาเขตวิกฤต



***พื้นที่ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 *** d.f. = (r-1)(c-1)

- **ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุขึ้นอยู่กับกลุ่มอายุ**

3. การทดสอบภาวะรูปดี หรือการทดสอบการแจกแจงของข้อมูล

- พิจารณาจากตัวอย่าง

ในการศึกษาความชุกชุมของยุงลาย โดยทำการทดลองนำกระป๋องขนาดใหญ่บรรจุน้ำวางกระจัดกระจายในท้องที่หนึ่ง เป็นเวลา 1 สัปดาห์ แล้วสำรวจจำนวนลูกน้ำของยุงลายในแต่ละกระป๋อง บันทึกข้อมูลได้ดังนี้

จำนวนลูกน้ำของยุงลาย	0	1	2	3	4	5	6	7
จำนวนกระป๋อง	14	18	29	18	10	7	3	1

ในการปลูกเมล็ดพันธุ์ผัก 450 เมล็ด โดยปลูกเป็นแถว ๆ ละ 5 เมล็ด จำนวน 90 แถว เมล็ดที่งอกในแต่ละแถวเป็นดังนี้

จำนวนเมล็ดพันธุ์ที่งอก/แถว	1	2	3	4	5
จำนวนแถว	1	11	30	38	10

ข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นความยาวของทารกแรกเกิด จำนวน 125 คน

ความยาว (ซม.)	45-46.9	47-48.9	49-50.9	51-52.9	53-54.9
จำนวน	28	32	35	20	10

สรุปการแจกแจงที่สามารถตั้งข้อสังเกต(ใน 208272)

1. ข้อมูลเป็นการแจกแจงแบบทวินาม นั้นคือ <u>มีจำนวนครั้งทำการทดลองที่แน่นอน</u> และข้อมูลเป็นแบบ <u>ไม่ต่อเนื่อง</u>
2. ข้อมูลเป็นการแจกแจงแบบปัวซง นั้นคือ <u>มีเวลาและพื้นที่เป็นข้อจำกัด สิ่งที่สังเกตจากการทดลอง มีจำนวนได้ไม่แน่นอน(ไม่จำกัด)</u> และข้อมูลเป็นแบบ <u>ไม่ต่อเนื่อง</u>
3. ข้อมูลเป็นการแจกแจงแบบปกติ นั้นคือ <u>ข้อมูลเป็นแบบ ต่อเนื่อง ทุกชนิด</u>

จำนวนลูกน้ำของยุงลาย	0	1	2	3	4	5	6	7
จำนวนกระป๋อง	14	18	29	18	10	7	3	1

ปัวซง

จำนวนเมล็ดพันธุ์ที่งอก/แถว	1	2	3	4	5
จำนวนแถว	1	11	30	38	10

ทวินาม

ความยาว (ซม.)	45-46.9	47-48.9	49-50.9	51-52.9	53-54.9
จำนวน	28	32	35	20	10

ปกติ

ขั้นตอนที่ 1 การตั้งสมมติฐาน

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงตามแบบที่กำหนด

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงตามแบบที่กำหนด

เช่น

H_0 : จำนวนลูกน้ำในกระป๋องมีการแจกแจงแบบปัวซง

H_1 : จำนวนลูกน้ำในกระป๋องมีการแจกแจงแบบอื่น

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1

หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

หรือ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{O_i^2}{E_i} - N$$

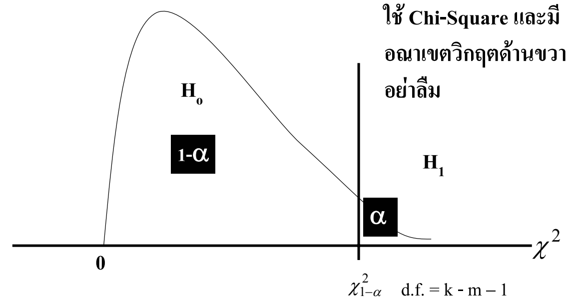
O_i= ค่าความถี่สังเกต

E_i= ค่าความถี่คาดหวัง(ต้องคำนวณ)

N= จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง
หรือจำนวนที่สังเกตทั้งหมด

4. หาอณาเขตวิกฤต

ใช้ Chi-Square และมีอณาเขตวิกฤตด้านขวา อย่าลืม



d.f. = k - m – 1

m คือ จำนวนค่าประมาณ

***พื้นที่ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 ***

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า “ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ ________ และอธิบายผล (การแจกแจงเป็นไปตามข้อสงสัย)

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า “ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ ________ และอธิบายผล (การแจกแจงเป็นไม่ไปตามข้อสงสัย)

ในการปลูกเมล็ดพันธุ์ผัก 450 เมล็ด โดยปลูกเป็นแถว ๆ ละ 5 เมล็ด จำนวน 90 แถว เมล็ดที่งอกในแต่ละแถวเป็นดังนี้ จากผลการทดลองนี้จะพิจารณาว่าข้อมูลดังกล่าวควรมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบใดและทดสอบสมมุติฐาน โดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 5 %

จำนวนเมล็ดพันธุ์ที่งอก/แถว	1	2	3	4	5
จำนวนแถว	1	11	30	38	10

พิจารณาข้อมูลตามค่าสังเกต ที่จำแนกเป็นการงอกของเมล็ดในแต่ละแถว โดยปลูกแถวละ 5 เมล็ด ถ้า นิยามตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

X : จำนวนเมล็ดที่งอกในแต่ละแถว x = 0, 1, 2, 3, 4, 5

จะเห็นว่าตัวแปร X มีคุณสมบัติเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแบบทวินาม

ขั้นตอนที่ 1 การตั้งสมมติฐาน

1

H_o : ข้อมูลสอดคล้องกับการแจกแจงแบบทวินาม

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงตามแบบที่กำหนด

2

$$\alpha = 0.05$$

3

$$\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

การหาค่า E_i

- การคำนวณค่าความถี่คาดหวังต้องใช้ความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบทวินามตาม H_0 ซึ่งจะเห็นว่าไม่ทราบค่า p (ความน่าจะเป็นที่เมล็ดแต่ละเมล็ดจะงอก) จึงต้องประมาณจากค่าสังเกตดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{(0\times0)+(1\times1)+(2\times11)+(3\times30)+(4\times38)+(5\times10)}{90}$$

$$= \frac{315}{90} = 3.5$$

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบทวินาม $= np$

ดังนั้น $np = 3.5$ กรณีนี้ $n = 5$

<u>นั่นคือ</u>

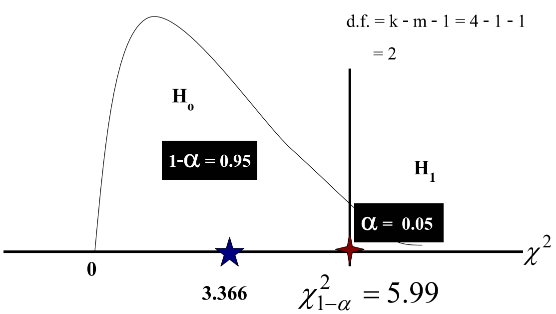
$$p = 35/5 = 0.7$$

จะหา $P(X=x)$ จากตารางทวินาม $b(x\,;5, 0.7)$

แล้วนำไปเปิดตาราง เพื่อหาค่า P แต่ละตัว

X	O	P(X=x)	= NP(X=x)	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
0	0	0.0024	0.216	
1	1 = 12	0.0284	2.556 = 14.679	0.489
2	11	0.1323	11.907	
3	30	0.3087	27.783	0.177
4	38	0.3602	32.418	0.961
5	10	0.1681	15.129	1.739
รวม	90	1.0000	90	3.366

4 หาอณาเขตวิกฤต



4 สรุป

ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข้อมูลสอดคล้องกับการแจกแจงแบบทวินาม

บทที่ 6 การถดถอยและสหสัมพันธ์

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
10 ลูก	2 คน
15 ลูก	3 คน
20 ลูก	4 คน
25 ลูก	???

สวัสดีทหาร
จากตารางที่เห็นลองเดาซิว่า
จะใส่เลขอะไรตรง ???

สวัสดีครับ

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
10 ลูก	2 คน
15 ลูก	3 คน
20 ลูก	4 คน
25 ลูก	???

เดาได้แม่นดี

5 คน ครับผม

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
8 ลูก	1 คน
10 ลูก	4 คน
12 ลูก	5 คน
14 ลูก	???

ทำไมถึงคิดนานจัง

เออ...... 5 คนมั่ง

6 ครับ

6-7 ครับ ไม่แน่ใจ

โจทย์ที่ 1

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
10 ลูก	2 คน
15 ลูก	3 คน
20 ลูก	4 คน
25 ลูก	???

โจทย์ที่ 2

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
8 ลูก	1 คน
10 ลูก	4 คน
12 ลูก	5 คน
14 ลูก	???

สังเกตหรือเปล่าพลทหาร สมองคนเรามีเครื่องคำนวณอยู่สามารถนำเครื่องคำนวณนั้นมาใช้คำนวณเพื่อคาดเดาง่ายๆ ได้อย่างสบาย โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ

ใช่ครับ

ครับ

จริงด้วย

โจทย์ที่ 1

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
10 ลูก	2 คน
15 ลูก	3 คน
20 ลูก	4 คน
25 ลูก	???

โจทย์ที่ 2

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
8 ลูก	1 คน
10 ลูก	4 คน
12 ลูก	5 คน
14 ลูก	???

จะเห็นว่าสมองเราพยายามนำข้อมูลที่มีอยู่มาเป็นตัวช่วยในการคาดเดาของพวกเรา และเมื่อเพิ่มข้อมูลตัวหนึ่งเข้าไปก็จะสามารถคาดเดาอีกตัวว่าเป็นเท่าไร

ใช่ครับ

ครับ

จริงด้วย

โจทย์ที่ 1

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
10 ลูก	2 คน
15 ลูก	3 คน
20 ลูก	4 คน
25 ลูก	???

ง่าย

โจทย์ที่ 2

ยากขึ้น

ลูกปืนที่ยิง	เป้าหมายที่ถูกทำลาย
5 ลูก	1 คน
8 ลูก	1 คน
10 ลูก	4 คน
12 ลูก	5 คน
14 ลูก	???

แต่โจทย์ที่สองข้อมูลมีความซับซ้อนกว่าโจทย์แรก จะเห็นว่าการคาดเดาของพวกเราเริ่มแตกต่างกัน........ เพราะสมองเรามีเกณฑ์การคำนวณที่แตกต่างกัน ไม่สามารถบ่งบอกวิธีการได้มาของคำตอบที่ชัดเจนได้ และคำตอบถูกต้องหรือไม่ก็ตรวจสอบได้ยาก

อืมจริงแหะ

จริงเนาะ B3

จริงด้วย B2

ผมจะไม่ขอบอกว่าใครถูกใครผิด เพราะการคาดเดาบอกคำตอบที่ชัดเจนไปไม่ได้ ถูกผิดไม่รู้

แต่........เราจะลองหาวิธีการคาดเดาที่เป็นหลักเป็นเกณฑ์ เพื่อให้เกิดการคำนวณได้อย่างมีเหตุผล พิสูจน์ได้ และมีความน่าเชื่อถือ

ใช้วิธีอะไรครับ

....

????????

วิธีที่ว่าก็คือ

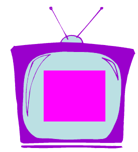
สหสัมพันธ์และการถดถอย

ชื่อยากจัง

ต้องตั้งใจ
หน่อยแล้ว

????????
จะพยายามครับ

เดี๋ยวผมจะเปิดวีดิโอสอนวิธีการคาดเดาให้พวก
เราเรียนรู้ ตั้งใจด้วย



ครับผม

บทที่ 9 สหสัมพันธ์และการถดถอย

1. **สหสัมพันธ์ (Correlation)**
2. **สมการถดถอยอย่างง่าย**
3. **การวิเคราะห์การถดถอย**

จะได้กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรเชิงปริมาณ เช่น การศึกษาความสัมพันธ์ของรายได้ต่อเดือนของบริษัท และรายจ่ายต่อเดือนของบริษัทว่ามีความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด โดยข้อมูลที่ต้องการวัดดูความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัวนั้น มีมาตรการวัดที่เป็นแบบอันตรภาค (interval scale) หรือแบบอัตราส่วน (ratio scale) ซึ่งเรียกว่า เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ (quantitative data) เช่น **ต้องการดูความสัมพันธ์ของส่วนสูงกับน้ำหนัก**

ส่วนสูง

น้ำหนัก

สังเกต ส่วนสูงและน้ำหนักเป็นข้อมูล
ที่มาจากแหล่งเดียวกัน และต้องมาพร้อมๆ กัน
ข้อมูลแบบนี้เรียกว่า 2 ตัวแปร

การวัดความสัมพันธ์แบบนี้เป็นการวัดที่เรียกว่า **สหสัมพันธ์** (correlation) และสามารถคำนวณออกมาเป็นตัวเลข เรียกว่า **สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์** (correlation coefficient) ซึ่งมีวิธีการคำนวณอยู่หลายวิธีด้วยกัน

สมการถดถอยนี่แหละพลทหาร ที่เรา
จะนำไปใช้คาดเดา

และนอกจากนี้ยังสามารถพิจารณาความสัมพันธ์ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่จะอธิบายตัวแปรหนึ่ง เมื่อทราบตัวแปรอีกตัวหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า **การถดถอย** (regression) โดยสร้างออกมาในรูปของสมการแสดงความสัมพันธ์ และเรียกสมการนั้นว่า **สมการถดถอย** (regression equation)

9.1 สหสัมพันธ์ (Correlation)

การพิจารณาสหสัมพันธ์ที่จะกล่าวในที่นี้ จะเป็นการวัดความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงของตัวแปรเชิงปริมาณ 2 ตัว เช่น

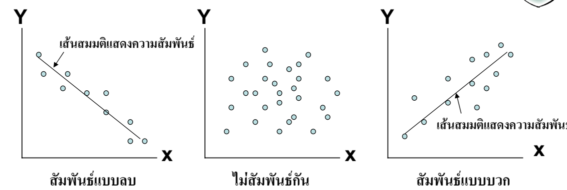
•ความสัมพันธ์ของคะแนนการสอบวิชาสถิติ (X) กับวิชาคอมพิวเตอร์ (Y) ของนักศึกษา

•ความสัมพันธ์ของความสูง (X) กับน้ำหนัก (Y) ของนักเรียน

•ความสัมพันธ์ของราคาส่งออก (X) กับปริมาณส่งออก (Y) ของลำไย

การศึกษาความสัมพันธ์มักนิยมใช้วิธีการวัดดังนี้

1. Scatter diagram (การวาดกราฟและพิจารณาลักษณะของมัน)



2.สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Pearson Product-Moment Correlation Coefficient)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2\right]}}$$

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_iY_i - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right]}}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_iY_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - n\bar{Y}^2\right]}}$$

โดยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) จะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 1

ถ้า r = 1 หมายความว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงบวกแบบตามกันโดยสมบูรณ์

ถ้า r = 0 หมายความว่า ตัวแปร X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกัน

ถ้า r = - 1 หมายความว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงลบกันโดยสมบูรณ์

ตัวอย่าง

จากการศึกษาข้อมูลจำนวนเงินลงทุน และผลตอบแทนที่ได้ของบริษัทแห่งหนึ่งในเขตพื้นที่การลงทุนทั้งหมด 10 เขต ปรากฏข้อมูลดังนี้

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)
1	36	54
2	26	30
3	12	28
4	40	48
5	24	36
6	18	30
7	30	38
8	30	46
9	14	16
10	34	42

ตัวอย่าง

จากการศึกษาข้อมูลจำนวนเงินลงทุน และผลตอบแทนที่ได้ของบริษัทแห่งหนึ่งในเขตพื้นที่การลงทุนทั้งหมด 10 เขต ปรากฏข้อมูลดังนี้

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)	X^2	Y^2	X * Y
1	36	54	1296	2916	1944
2	26	30	676	900	780
3	12	28	144	784	336
4	40	48	1600	2304	1920
5	24	36	576	1296	864
6	18	30	324	900	540
7	30	38	900	1444	1140
8	30	46	900	2116	1380
9	14	16	196	256	224
10	34	42	1156	1764	1428

$$r = \frac{10x10556 - 264x368}{\sqrt{\left[10x7768 - 264^2\right]\left[10x14680 - 368^2\right]}} = 0.8822$$

ดูตัวอย่างจากข้อมูลนักศึกษา

9.2 สมการถดถอยอย่างง่าย

จากการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรคู่ ทำให้ทราบความสัมพันธ์เชิงเส้นของตัวแปรคู่นั้น ว่ามีความสัมพันธ์มากน้อยเพียงใด หลังจากที่ทราบความสัมพันธ์แล้ว ก็จะสามารถนำข้อมูลนั้นมาสร้างความสัมพันธ์ในลักษณะของสมการซึ่งเรียกว่า **สมการถดถอย** (regression equation) ซึ่งสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตัวแปรคู่ (X และ Y) อาจจะมีรูปแบบสมการความสัมพันธ์ได้หลายลักษณะ เช่น

Regression

สมการเส้นตรง $\mathbf{Y = a + bX}$

สมการพาราโบลา $Y = a + bX + cX^2$

สมการเอกซ์โปเนนเชียล $Y = ab^x$

ตัวแปร Y ว่าตัวแปรตาม (dependent variable)
ตัวแปร X ว่าตัวแปรอิสระ (independent variable)
a เรียกว่า จุดตัดแกน Y (Y - intercept)
b เรียกว่า ความชันของเส้นตรง (slope)

สมการเส้นตรง $\hat{Y} = a + bX$

ส่วนสมการที่แสดงความสัมพันธ์ที่แท้จริงของข้อมูลประชากร เขียนแทนด้วย $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ โดย a และ b เป็นตัวสถิติที่สมนัยกับพารามิเตอร์ α และ β ตามลำดับ

$$\begin{cases} b = \dfrac{\Sigma XY - n\overline{X}\,\overline{Y}}{\Sigma X^2 - n\overline{X}^2} \\ b = \dfrac{\Sigma(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{\Sigma(X-\overline{X})^2} \\ b = \dfrac{n\Sigma XY - \Sigma X\Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} \end{cases} , \quad a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

ตัวอย่าง

จากการศึกษาข้อมูลจำนวนเงินลงทุน และผลตอบแทนที่ได้ของบริษัทแห่งหนึ่งในเขตพื้นที่การลงทุนทั้งหมด 10 เขต ปรากฏข้อมูลดังนี้

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)	X^2	Y^2	X * Y
1	36	54	1296	2916	1944
2	26	30	676	900	780
3	12	28	144	784	336
4	40	48	1600	2304	1920
5	24	36	576	1296	864
6	18	30	324	900	540
7	30	38	900	1444	1140
8	30	46	900	2116	1380
9	14	16	196	256	224
10	34	42	1156	1764	1428

$$a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

$$b = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X\Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

y = 8.998 + 1.0531x

จากสมการเส้นตรงที่ได้สามารถนำมาใช้พยากรณ์ได้ดังนี้

y = 8.998 + 1.0531x

ถ้าจะลงทุนเพิ่ม โดยสร้างเขตที่ 11 ซึ่งบริษัทคิดจะลงทุน 20 ล้านบาท สามารถประมาณผลตอบแทนได้ คือ

x = 20

y = 8.998 + 1.0531(20)

y = 30.06

ถ้าจะลงทุนเพิ่ม โดยสร้างเขตที่ 11 ซึ่งบริษัทคิดจะลงทุน 20 ล้านบาท สามารถประมาณผลตอบแทนได้เงินประมาณ 30 ล้านบาท เป็นต้น

ดูตัวอย่างจากข้อมูลนักศึกษา

การหาความคาดเคลื่อนจากการประมาณ

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$$

สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ

$$r^2 (100\%)$$

หมายถึง x พยากรณ์ y ได้ $r^2(100\%)$ **เปอร์เซ็นต์**

จากตัวอย่าง **y = 8.998 + 1.0531x**

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)	ค่าพยากรณ์	e^2
1	36	54	46.91	50.27
2	26	30	36.38	40.69
3	12	28	21.64	40.51
4	40	48	51.12	9.75
5	24	36	34.27	2.98
6	18	30	27.95	4.19
7	30	38	40.59	6.71
8	30	46	40.59	29.26
9	14	16	23.74	59.93
10	34	42	44.80	7.86
รวม				252.15

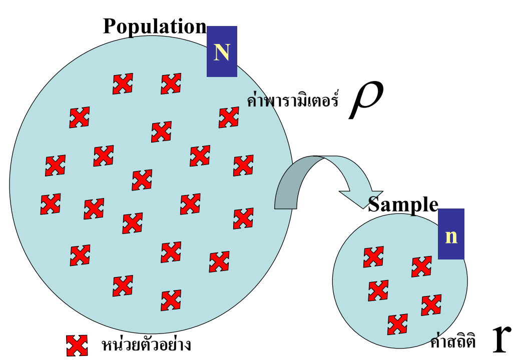
9.3 การวิเคราะห์การถดถอย

1. นัยสำคัญของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (เช่น การทดสอบว่า x และ y มีความสัมพันธ์กันหรือไม่)
2. การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ α และ β
3. การทดสอบภาวะรูปดีของแบบจำลอง(เป็นการทดสอบว่า Model ที่เราสร้างมาใช้ได้หรือไม่ได้

---

1. นัยสำคัญของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

(เช่น การทดสอบว่า **x** และ **y** มีความสัมพันธ์กันหรือไม่)



การทดสอบแบ่งออกเป็น 2 กรณี

1. ในกรณีต้องการทดสอบ $\rho = 0, \rho \geq 0, \rho \leq 0$

2. ในกรณีต้องการทดสอบ $\rho = \mathrm{c}, \rho \geq \mathrm{c}, \rho \leq \mathrm{c}$

c คือค่าคงที่ที่ไม่ใช่ศูนย์

1. ตั้งสมมติฐาน

	แบบที่ 1		**แบบที่ 2**
ก	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	ก	$H_0 : \rho = \mathrm{c}$ $H_1 : \rho \neq \mathrm{c}$
ข	$H_0 : \rho \geq 0$ $H_1 : \rho < 0$	ข	$H_0 : \rho \geq \mathrm{c}$ $H_1 : \rho < \mathrm{c}$
ค	$H_0 : \rho \leq 0$ $H_1 : \rho > 0$	ค	$H_0 : \rho \leq \mathrm{c}$ $H_1 : \rho > \mathrm{c}$

c คือค่าคงที่ที่ไม่ใช่ศูนย์

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1

หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. เลือกสถิติทดสอบ

แบบที่ 1

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}$$

$$d.f. = n - 2$$

3. เลือกสถิติทดสอบ

แบบที่ 2

$$Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

$$R = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{1+r}{1-r}\right] \qquad \mu_R = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{1+\rho}{1-\rho}\right]$$

$$\sigma_R = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

$$\mu_R \xleftrightarrow{\text{เปิดตาราง}} \rho$$

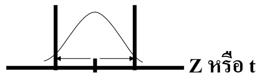
$$R \xleftrightarrow{\text{เปิดตาราง}} r$$

4. หาอณาเขตวิกฤต (วาดรูป)

แบบที่ 1 และ 2

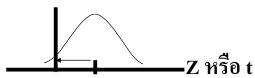
ก $H_0 : \rho = c$

$H_1 : \rho \neq c$



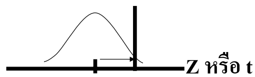
ข $H_0 : \rho \geq c$

$H_1 : \rho < c$



ค $H_0 : \rho \leq c$

$H_1 : \rho > c$



c คือค่าคงที่ทีทุกๆค่า

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ ________ และอธิบายผล

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ ________ และอธิบายผล

ตัวอย่าง

1. ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้จากตัวอย่าง 42 คู่เป็น 0.22 ด้วยระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่าตัวแปร x และ y มีความสัมพันธ์กันหรือไม่

2. จากตัวอย่างข้างล่าง จงทดสอบว่า เงินลงทุน มีความสัมพันธ์เชิงบวกกับ ผลตอบแทนที่ได้รับ

จากการศึกษาข้อมูลจำนวนเงินลงทุน และผลตอบแทนที่ได้ของบริษัทแห่งหนึ่งในเขตพื้นที่การลงทุนทั้งหมด 10 เขต ปรากฏข้อมูลดังนี้

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)
1	36	54
2	26	30
3	12	28
4	40	48
5	24	36
6	18	30
7	30	38
8	30	46
9	14	16
10	34	42

$$r = \frac{10x10556 - 264x368}{\sqrt{\left[10x7768 - 264^2\right]\left[10x14680 - 368^2\right]}} = 0.8822$$

ตัวอย่าง

3. ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้จากตัวอย่าง 39 คู่เป็น 0.85 ด้วยระดับนัยสำคัญ 0.10 จงทดสอบว่าตัวแปร x และ y มีความสัมพันธ์กันน้อยกว่า 0.90 หรือไม่

***การประยุกต์ใช้หาช่วงความเชื่อมั่น ของ ρ

จาก $$Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$ หลักการเดิมๆ ในบทที่ 2

$$\mu_R = R \pm Z.\sigma_R$$

หรือ $$R - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma_R < \mu_R < R + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma_R$$

$$\mu_R \xrightarrow{\text{เปิดตาราง}} \rho$$

ตัวอย่าง

4. ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้จากตัวอย่าง 50 คู่เป็น -0.48 จงหา 98% ช่วงความเชื่อมั่นของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร

การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์

1. การประมาณ α

$$t = \frac{a - E(a)}{\sqrt{V(a)}} \qquad d.f. = n - 2$$

$$t = \frac{a - \alpha}{S_E\sqrt{\dfrac{\sum x_i^2}{n\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \Rightarrow t = \frac{a - \alpha}{S_E\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{\bar{x}^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}}$$

$$t = \frac{a - \alpha}{S_E\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{\bar{x}^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}}$$ ทำเหมือนบทที่ 2

$$\alpha = a \pm t.S_E\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

หรือ

$$a - t_{1-\frac{\alpha}{2}} S_E\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}} < \alpha < a + t_{1-\frac{\alpha}{2}} S_E\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

2. การประมาณ β

$$t = \frac{b - E(b)}{\sqrt{V(b)}} \qquad d.f. = n - 2$$

$$t = \frac{b - \beta}{\dfrac{S_E}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}}$$

$$t = \frac{b - \beta}{\dfrac{S_E}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}}$$ ทำเหมือนบทที่ 2

$$\beta = b \pm t.\frac{S_E}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$b - t_{1-\frac{\alpha}{2},df}.\frac{S_E}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}} < \beta < b + t_{1-\frac{\alpha}{2},df}.\frac{S_E}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

S_E คือ อะไร.....หาได้อย่างไร

S_E คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสมการถดถอยที่ Y ขึ้นอยู่กับ X

$$S_E = \sqrt{\frac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n-2}}$$

$$S_E = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[(n-1)S_y^2 - b^2(n-1)S_x^2\right]}$$

$$S_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$S_y^2 = \frac{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$$

แถม

$$\boxed{r = b.\frac{S_x}{S_y}}$$

แต่ถ้าไม่อยากคำนวณ S_y และ S_x

$$S_E = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[(n-1)S_y^2 - b^2(n-1)S_x^2\right]}$$

$$\Downarrow$$

$$S_E = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum(Y_i - \bar{Y})^2 - b^2\sum(X_i - \bar{X})^2\right]}$$

จากตัวอย่าง

จากการศึกษาข้อมูลจำนวนเงินลงทุน และผลตอบแทนที่ได้ของบริษัทแห่งหนึ่งในเขตพื้นที่การลงทุนทั้งหมด 10 เขต ปรากฏข้อมูลดังนี้

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)	X^2	Y^2	X * Y
1	36	54	1296	2916	1944
2	26	30	676	900	780
3	12	28	144	784	336
4	40	48	1600	2304	1920
5	24	36	576	1296	864
6	18	30	324	900	540
7	30	38	900	1444	1140
8	30	46	900	2116	1380
9	14	16	196	256	224
10	34	42	1156	1764	1428

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$b = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

y = 8.998 + 1.0531x

จงหา 95% ช่วงความเชื่อมั่นของ α และ β

จากโจทย์...สรุปสิ่งที่ต้องหาเพื่อใช้ในการคำนวณ

n

a

b

$\sum(X_i - \bar{X}_i)^2$

$\sum X_i^2$

$\sum(Y_i - \bar{Y}_i)^2$

t

---

3. การทดสอบภาวะรูปดีของแบบจำลอง(เป็นการทดสอบว่า Model ที่เราสร้างมาใช้ได้หรือไม่ได้

$$\hat{Y} = a + bX$$

สมการนี้มันใช้ได้จริง
หรือเปล่านา......

1. ตั้งสมมติฐาน

ก $H_0 : \beta = 0$
$H_1 : \beta \neq 0$

ข $H_0 : \beta \geq 0$
$H_1 : \beta < 0$

ค $H_0 : \beta \leq 0$
$H_1 : \beta > 0$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

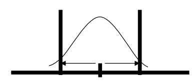
α คือ ระดับนัยสำคัญ
หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1
หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

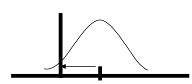
$$t = \frac{b - \beta}{\dfrac{S_E}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}}$$

4. หาอณาเขตวิกฤต (วาดรูป)

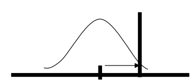
ก $H_0 : \beta = 0$
$H_1 : \beta \neq 0$



ข $H_0 : \beta \geq 0$
$H_1 : \beta < 0$



ค $H_0 : \beta \leq 0$
$H_1 : \beta > 0$



$d.f. = n - 2$

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล **สมการเส้นตรงใช้ไม่ได้ หรือ x กับ y ไม่มีความสัมพันธ์กัน**

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล **สมการเส้นตรงใช้ได้ หรือ x กับ y มีความสัมพันธ์กัน**

จากตัวอย่าง

จากการศึกษาข้อมูลจำนวนเงินลงทุน และผลตอบแทนที่ได้ของบริษัทแห่งหนึ่งในเขตพื้นที่การลงทุนทั้งหมด 10 เขต ปรากฏข้อมูลดังนี้

เขตที่	เงินลงทุน (ล้านบาท)	ผลตอบแทน (ล้านบาท)	X^2	Y^2	X * Y
1	36	54	1296	2916	1944
2	26	30	676	900	780
3	12	28	144	784	336
4	40	48	1600	2304	1920
5	24	36	576	1296	864
6	18	30	324	900	540
7	30	38	900	1444	1140
8	30	46	900	2116	1380
9	14	16	196	256	224
10	34	42	1156	1764	1428

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$b = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

y = 8.998 + 1.0531x

จงทดสอบว่าสมการเส้นตรงใช้ได้จริงหรือไม่ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

บทที่ 7 การทดสอบนอนพาราเมตริกสถิติ

ตรงกันข้ามกับ พาราเมตริก

ถ้าจะพิจารณาที่ข้อมูลโดยตรงเราสามารถดูว่ามันเป็น Normal Distribution ได้โดย

1. Nominal Scale
2. Ordinal Scale

โดยธรรมชาติแล้ว จะไม่เป็น Normal (นอกเสียจากใช้เทคนิค ขั้นสูงในการปรับเปลี่ยน)

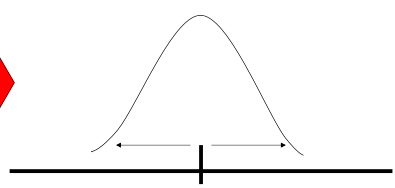
3. Interval Scale
4. Ratio Scale

โดยธรรมชาติแล้ว จะเป็น Normal (นอกเสียจากรูปร่างของ ข้อมูลผิดปกติไป ซึ่งเกิด ขึ้นได้ด้วยหลายๆ สาเหตุ)

ถ้าจะพิจารณาที่การวาดภาพ Histogram และ โค้งความถี่จะเป็น Normal Distribution ได้โดย

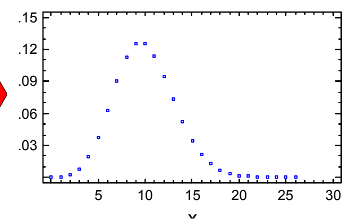
ข้อมูล
1 2 4 2
4 2 1 2
2 2 2 2
3 5 6 7
7 7 7 7
5 9 9 2
……..

Normal Curve



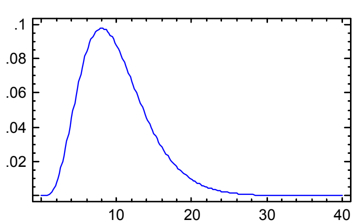
ไม่ใช่ Normal Curve

ข้อมูล
1 2 4 2
4 2 1 2
2 2 2 2
3 5 6 7
7 7 7 7
5 9 9 2
……..



ไม่ใช่ Normal Curve

ข้อมูล
1 2 4 2
4 2 1 2
2 2 2 2
3 5 6 7
7 7 7 7
5 9 9 2
……..



แล้วสถิติ t , F , Chi-Squre , Binomial ,Poisson ก็ไม่ใช่ Normal นี่......

ครับมันไม่ใช่ Normal แต่......สถิติบางตัวถ้า N มีขนาดใหญ่มันก็จะเป็น Normal และบางตัว...ก็พัฒนามาจาก Normal Distribution อยู่ดีครับ

สถิตินอนพาราเมตริก

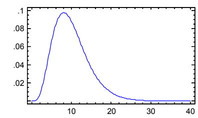
1. การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign Test)
2. การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon)
3. ส.ป.ส.สหสัมพันธ์แบบอันดับของสเปียร์แมน (Spearman)
4. การทดสอบของแมนวิทนีย์สำหรับตัวอย่าง 2 ชุด ที่เป็นอิสระกัน (Mann-Whitney)
5. การทดสอบของฟรีดแมนสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองข้าง (Friedman)
6. การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบข้างเดียวของค่าอันดับ (Kruskal-Wallis)

1. การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign Test)

1.Ordinal Scale

ข้อมูลเป็นมาตรการวัดเรียงลำดับ
หรือสูงกว่า

หรือรูปโค้งไม่เป็น Normal



1. ตั้งสมมติฐาน

ก $\boxed{\begin{array}{l} H_0 : p(+) = p(-) \\ H_1 : p(+) \neq p(-) \end{array}}$

ข $H_0 : p(+) \geq p(-)$
$H_1 : p(+) < p(-)$

ค $H_0 : p(+) \leq p(-)$
$H_1 : p(+) > p(-)$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ
หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1
หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

T = จำนวนคู่ที่เป็น +

4. อาณาเขตวิกฤต

พิจารณาค่าที่ไม่ใช่ tie หรือ 0 นั้นคือ ให้ n= จำนวนคู่ทั้งหมดที่ไม่ใช่ tie

ก $H_0 : p(+) = p(-)$, $H_1 : p(+) \neq p(-)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T \leq W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T \geq W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

ข $H_0 : p(+) \geq p(-)$, $H_1 : p(+) < p(-)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T \leq W_{\alpha}$

ค $H_0 : p(+) \leq p(-)$, $H_1 : p(+) > p(-)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T \geq W_{1-\alpha}$

หาค่า W ได้โดยการเปิดตาราง

สำคัญ

ตารางที่แสดงเปิดแบบสองข้างนะครับ ถ้าจะเปิดแบบข้างเดียวต้องนำค่านัยสำคัญไปคูณ 2 ก่อน

และตารางเป็นการเปิดด้านซ้ายเท่านั้น ถ้าจะเปิดด้านขวาต้องนำ n – W

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ ________ และอธิบายผล

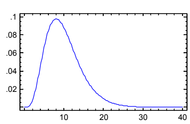
ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ ________ และอธิบายผล

2. การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon)

1. Interval Scale

ข้อมูลเป็นมาตรการวัดอัตรภาค หรือสูงกว่า

หรือรูปโค้งไม่เป็น Normal



1. ตั้งสมมติฐาน

ก
$$\boxed{\begin{aligned} H_0 &: E(X) = E(Y) \\ H_1 &: E(X) \neq E(Y) \end{aligned}}$$

ข
$$\begin{aligned} H_0 &: E(X) \geq E(Y) \\ H_1 &: E(X) < E(Y) \end{aligned}$$

ค
$$\begin{aligned} H_0 &: E(X) \leq E(Y) \\ H_1 &: E(X) > E(Y) \end{aligned}$$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ
หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1
หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

$$\boxed{T = \sum_{i=1}^{n} R_i}$$

D_i ผลต่างของ X_i กับ Y_i

$R_i = 0$ ถ้า $X_i < Y_i$ นั่นคือ D_i เป็นค่าลบ

$R_i =$ อันดับที่ให้แก่คู่ของ $X_i > Y_i$ นั่นคือ D_i เป็นค่าบวก

4. อาณาเขตวิกฤต

1. ในกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก $n \le 20$

ก $H_0 : E(X) = E(Y)$, $H_1 : E(X) \ne E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

ข $H_0 : E(X) \ge E(Y)$, $H_1 : E(X) < E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\alpha}$

ค $H_0 : E(X) \le E(Y)$, $H_1 : E(X) > E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > W_{1-\alpha}$

หาค่า W ได้โดยการเปิดตาราง

ตารางเปิดได้เฉพาะด้านซ้าย ถ้าต้องการเปิดด้านขวา ทำได้โดย

$$W_p = \frac{n(n+1)}{2} - W_{1-p}$$

p คือ พื้นที่ α หรือ $\frac{\alpha}{2}$

4. อาณาเขตวิกฤต

2. ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ $n > 20$

$$W_p = \frac{n(n+1)}{4} \pm Z_p \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

พิจารณาค่าที่ไม่ใช่ tie หรือ 0 นั้นคือ ให้ n= จำนวนคู่ทั้งหมดที่ไม่ใช่ tie

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า “ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า “ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

ตัวอย่าง

- บริษัทผลิตยาแห่งหนึ่งต้องการศึกษาถึงประสิทธิภาพของยาลดน้ำหนักชนิดหนึ่ง จึงได้ทำการทดสอบกับคน 8 คน โดยให้ทานยาชนิดนี้ไปชั่วระยะเวลาหนึ่ง แล้วชั่งน้ำหนักเพื่อเปรียบเทียบกับน้ำหนักก่อนทานยานี้ ได้ผลดังนี้

คน	1	2	3	4	5	6	7	8
น้ำหนักก่อน X	68	49	53	75	49	41	58	75
น้ำหนักหลัง Y	63	41	54	71	39	44	58	67

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่ายาลดน้ำหนักดังกล่าวใช้ได้ผลดี

3. ส.ป.ส.สหสัมพันธ์แบบอันดับ ของสเปียร์แมน (Spearman)

ในการศึกษาความสัมพันธ์ในกรณีที่ข้อมูลไม่มีการแจกแจงแบบปกติ หรือ ข้อมูลเป็นมาตรการวัดแบบ เรียงลำดับ (Ordinal Scale) เราไม่สามารถใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ในการหาค่าความสัมพันธ์ได้

ในกรณีแบบนี้แสดงว่าต้องใช้ Nonparametric ช่วยในการศึกษาความสัมพันธ์ ซึ่งเราจะใช้ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับของสเปียร์แมนแทน (r_s)

หลักการพิจารณา

- หลักการพิจารณาค่า r_s เหมือนกันกับ r ทุกประการคือ

โดยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r_s) จะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 1

ถ้า $r_s =$ 1 หมายความว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงบวกแบบตามกันโดยสมบูรณ์

ถ้า $r_s =$ 0 หมายความว่า ตัวแปร X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกัน

ถ้า $r_s =$ - 1 หมายความว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงลบกันโดยสมบูรณ์

การคำนวณ

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$D_i = R(X_i) - R(Y_i)$$

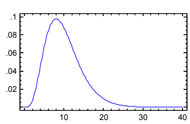
R คือการเรียงลำดับ

3. การทดสอบ ส.ป.ส.สหสัมพันธ์แบบอันดับของสเปียร์แมน (Spearman)

1.Ordinal Scale

ข้อมูลเป็นมาตรการวัดเรียงลำดับ
หรือสูงกว่า

หรือรูปโค้งไม่เป็น Normal



1. ตั้งสมมติฐาน

ก
$$H_0: \rho = 0$$
$$H_1: \rho \neq 0$$

ข
$$H_0: \rho \geq 0 \quad \text{หรือ} \quad H_0: \rho = 0$$
$$H_1: \rho < 0 \qquad\qquad H_1: \rho < 0$$

ค
$$H_0: \rho \leq 0 \quad \text{หรือ} \quad H_0: \rho = 0$$
$$H_1: \rho > 0 \qquad\qquad H_1: \rho > 0$$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1

หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

$$T = r_s = 1 - \frac{6\sum D_i^2}{n(n^2-1)}$$

4. อาณาเขตวิกฤต

1. ในกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก $n \le 30$

ก $H_0 : \rho = 0$, $H_1 : \rho \neq 0$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

ข $H_0 : \rho \ge 0$, $H_1 : \rho < 0$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\alpha}$

ค $H_0 : \rho \le 0$, $H_1 : \rho > 0$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > W_{1-\alpha}$

หาค่า W ได้โดยการเปิดตาราง

4. อาณาเขตวิกฤต

1. ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ $n > 30$

ก $H_0 : \rho = 0$, $H_1 : \rho \neq 0$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

ข $H_0 : \rho \ge 0$, $H_1 : \rho < 0$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\alpha}$

ค $H_0 : \rho \le 0$, $H_1 : \rho > 0$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > W_{1-\alpha}$

หาค่า W ได้โดยการคำนวณ

$$W_p = \frac{Z_p}{\sqrt{n-1}}$$

p คือ พื้นที่ α หรือ $\frac{\alpha}{2}$

ค่าด้านซ้ายหาได้โดย $W_p = -W_{1-p}$

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

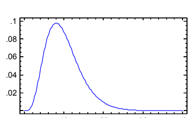
4. การทดสอบสำหรับตัวอย่างสองชุด ที่อิสระกัน

Mann-Whitney Test

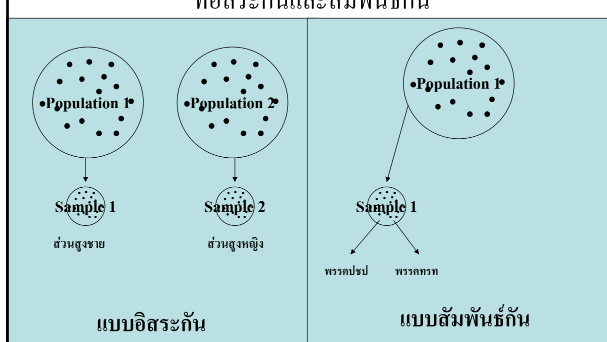
1.Ordinal Scale

ข้อมูลเป็นมาตรการวัดเรียงลำดับ หรือสูงกว่า

หรือรูปโค้งไม่เป็น Normal



ข้อแตกต่างระหว่างกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม
ที่อิสระกันและสัมพันธ์กัน



Mann-Whitney

Sign Or Wilcoxon

1. ตั้งสมมติฐาน

ก $H_0 : E(X) = E(Y)$
$H_1 : E(X) \neq E(Y)$

ข $H_0 : E(X) \geq E(Y)$
$H_1 : E(X) < E(Y)$

ค $H_0 : E(X) \leq E(Y)$
$H_1 : E(X) > E(Y)$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$
$\alpha = 0.05$
$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ
หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1
หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

$$T = S - \frac{n(n+1)}{2}$$

S = ผลรวมของค่าอันดับ (Rank) ที่ให้แก่ข้อมูลที่ได้มาจากประชากรชุดที่ 1

$$S = \sum_{i=1}^{n} R(x_i)$$

ดังนั้นต้องมีการเรียงลำดับข้อมูลทั้งสองชุดก่อน
โดยนำมารวมกันเรียงพร้อมกันทั้งหมด

4. อาณาเขตวิกฤต

1. ในกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก

ก $H_0 : E(X) = E(Y)$, $H_1 : E(X) \neq E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

ข $H_0 : E(X) \geq E(Y)$, $H_1 : E(X) < E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\alpha}$

ค $H_0 : E(X) \leq E(Y)$, $H_1 : E(X) > E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > W_{1-\alpha}$

หาค่า W ได้โดยการเปิดตาราง (ข้างซ้าย)

$$W_{\text{ขวา}} = nm - W_{\text{ซ้าย}}$$

$$W_{1-p} = nm - W_p$$

4. อาณาเขตวิกฤต

1. ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ n หรือ $m > 20$

ก $H_0 : E(X) = E(Y)$, $H_1 : E(X) \neq E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

ข $H_0 : E(X) \geq E(X)$, $H_1 : E(X) < E(X)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T < W_{\alpha}$

ค $H_0 : E(X) \leq E(Y)$, $H_1 : E(X) > E(Y)$ จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > W_{1-\alpha}$

หาค่า W ได้โดยการคำนวณ

$$W_p = \frac{nm}{2} + Z_p\sqrt{\frac{nm(n+m+1)}{12}}$$

p คือพื้นที่ α หรือ $\frac{\alpha}{2}$ หรือ $1-\alpha$ หรือ $1-\frac{\alpha}{2}$

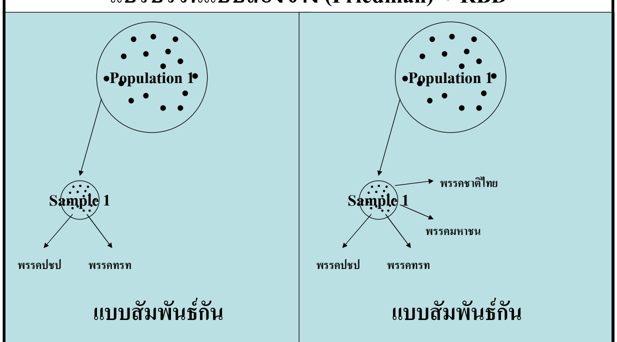
5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

5. การทดสอบของฟรีดแมนสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองข้าง (Friedman) ->RBD



Sign Or Wilcoxon

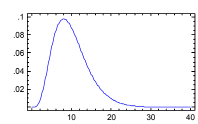
Friedman Test

การทดสอบของฟรีดแมนสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองข้าง (Friedman)

1.Ordinal Scale

ข้อมูลเป็นมาตรการวัดเรียงลำดับหรือสูงกว่า

หรือรูปโค้งไม่เป็น Normal



1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : แต่ละทรีทเมนท์มีอิทธิพลเหมือนกัน

H_1 : อย่างน้อย 2 ทรีทเมนท์มีอิทธิพลต่างกัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1

หรือการปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

$$\boxed{T = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^{k} R_j^2 - 3b(k+1)}$$

$$R_j = \sum_{i=1}^{b} R(X_{ij}) \text{ สำหรับ } j = 1, 2, ...k$$

k = จำนวน Treatment , b = จำนวน Block

4. อาณาเขตวิกฤต

จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > \chi^2_{1-\alpha}$

df = k - 1

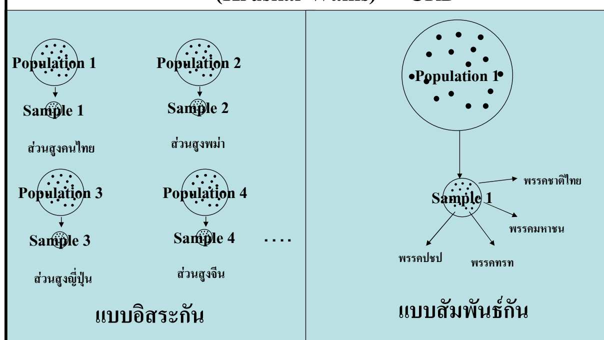
5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

6. การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบข้างเดียวของค่าอันดับ (Kruskal-Wallis) -> CRD



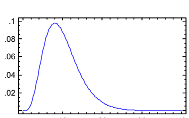
Kruskal - Wallis   Friedman Test

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบข้างเดียวของค่าอันดับ (Kruskal-Wallis)

1. Interval Scale

ข้อมูลเป็นมาตรการวัดอัตรภาค หรือสูงกว่า

หรือรูปโค้งไม่เป็น Normal



1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : แต่ละทรีทเมนท์มีอิทธิพลเหมือนกัน

H_1 : อย่างน้อย 2 ทรีทเมนท์มีอิทธิพลต่างกัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

หรือความคาดเคลื่อนชนิดที่ 1

หรือ การปฏิเสธสมมติฐานทั้งๆที่เป็นจริง

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

$$T = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

$$R_i = \sum_{j=1}^{n} R(X_{ij}) \text{ สำหรับ } j = 1, 2, \ldots\ldots k$$

N = จำนวนข้อมูลที่สุ่มมาทั้งหมด , n_i = จำนวนข้อมูลที่สุ่มมาในแต่ละ Treatment

4. อาณาเขตวิกฤต

จะปฏิเสธ H_o เมื่อ $T > \chi^2_{1-\alpha}$

df = k - 1

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า "ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า "ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล

สุ่มข้อมูลเกรดเฉลี่ยของนักศึกษาเรียนสถิติ 2 มาจำนวนคณะละ 5 คน ได้ข้อมูลเกรดเฉลี่ยดังนี้

คณะสังคม	คณะเศรษฐศาสตร์	คณะบริหาร
2.06	2.75	3.2
2.98	2.89	3.3
2.28	3	2.5
3.5	2.95	2.8
3.24	3.59	2.5

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 บอกได้หรือไม่ว่าทุกคณะมีเกรดเฉลี่ยเท่ากัน

1. H_0 : แต่ละทรีทเมนท์มีอิทธิพลเหมือนกัน
   H_1 : อย่างน้อย 2 ทรีทเมนท์มีอิทธิพลต่างกัน
2. $\alpha = 0.05$
3. $$T = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

เรียกลำดับข้อมูลทั้งหมดด้วยวิธี Watha's Rank

1. เรียงลำดับแต่ละ Treatment

คณะสังคม	คณะเศรษฐศาสตร์	คณะบริหาร
2.06	2.75	2.5
2.28	2.89	2.5
2.98	2.95	2.8
3.24	3	3.2
3.5	3.59	3.3

2. ให้อันดับข้อมูลทั้งหมด

คณะสังคม	คณะเศรษฐศาสตร์	คณะบริหาร
1	5	3.5
2	7	3.5
9	8	6
12	10	11
14	15	13

3. หาผลรวมของแต่ละ Treatment

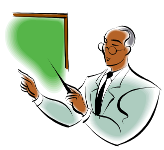
	คณะสังคม	คณะเศรษฐศาสตร์	คณะบริหาร
	1	5	3.5
	2	7	3.5
	9	8	6
	12	10	11
	14	15	13
ผลรวม	38	45	37

$$T = \frac{12}{15(15+1)}\left(\frac{38^2}{5} + \frac{45^2}{5} + \frac{37^2}{5}\right) - 3(15+1)$$

3 $T = 0.38$

4 $$\chi^2_{95,2} = 5.99$$

5 ยอมรับ Ho ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 แสดงว่าเกรดเฉลี่ยของนักศึกษาที่เรียนสถิติ 2 ของแต่ละคณะไม่แตกต่างกัน



เรื่องสุดท้าย การทดสอบข้อมูลว่าเป็นการแจกแจงปกติหรือไม่ (Goodness of fit Test)

สรุปการแจกแจงที่สามารถตั้งข้อสังเกต(ใน 208272)

1. ข้อมูลเป็นการแจกแจงแบบทวินาม นั้นคือ **มีจำนวนครั้งทำการทดลองที่แน่นอน** และข้อมูลเป็นแบบ **ไม่ต่อเนื่อง**
2. ข้อมูลเป็นการแจกแจงแบบปัวซง นั้นคือ **มีเวลาและพื้นที่เป็นข้อจำกัด สิ่งที่สังเกตจากการทดลอง มีจำนวนได้ไม่แน่นอน(ไม่จำกัด)** และข้อมูลเป็นแบบ **ไม่ต่อเนื่อง**
3. ข้อมูลเป็นการแจกแจงแบบปกติ นั้นคือ **ข้อมูลเป็นแบบ ต่อเนื่อง ทุกชนิด (ข้อมูลชั่ง ตวง วัด)**

1. การตั้งสมมติฐาน

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงเป็นปกติ

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงเป็นปกติ

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = 0.01$

$\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.10$ or อื่นๆ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

หรือ

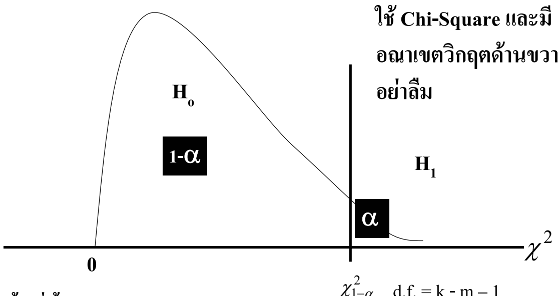
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{O_i^2}{E_i} - N$$

O_i= ค่าความถี่สังเกต

E_i= ค่าความถี่คาดหวัง(ต้องคำนวณ)

N= จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง หรือจำนวนที่สังเกตทั้งหมด

4. หาอณาเขตวิกฤต



ใช้ Chi-Square และมีอณาเขตวิกฤตด้านขวา อย่าลืม

d.f. = k - m – 1

m คือ จำนวนค่าประมาณ

*****พื้นที่ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 *****

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

เอาค่าที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 3 ไป Plot จุดลงไปในขั้นตอนที่ 4 แล้วพิจารณาว่าค่าที่คำนวณได้ตกอยู่ในพื้นที่ของใคร

ก. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า “ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล (การแจกแจงปกติ)

ข. ถ้าตกอยู่ในพื้นที่ของ H_1 ให้ตอบว่า “ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ _______ และอธิบายผล (การแจกแจงเป็นไม่เป็นปกติ)

ความสูง (นิ้ว)	จำนวนนักเรียน
60-62	5
63-65	18
66-68	42
69-71	27
72-74	8
รวม	100

จากข้อมูลความสูงของนักเรียน 100 คน จงทดสอบว่าความสูงของนักเรียนกลุ่มนี้มีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

1. การตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความสูงของนักเรียนมีการแจกแจงเป็นปกติ

H_1 : ความสูงของนักเรียนไม่มีการแจกแจงเป็นปกติ

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

$$\alpha = 0.01$$

3. เราต้องหา E (ค่าคาดหวัง) ซึ่งต้องทราบ p (ความน่าจะเป็นของแต่ละกลุ่ม) ซึ่งจะทราบ p ได้ต้องทราบ $\overline{x}$ และ SD

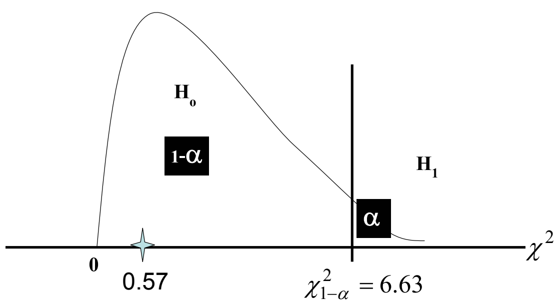
ความสูง (นิ้ว)	จำนวนนักเรียน (f)	หาจุดกึ่งกลางชั้น (x)	fx	fx^2
60-62	5	61	305	18605
63-65	18	64	1152	73728
66-68	42	67	2814	188538
69-71	27	70	1890	132300
72-74	8	73	584	42632
รวม	100		6745	455803

$$\left.\begin{aligned} \overline{X} &= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = 67.45 \\ S^2 &= \frac{\sum f_i x_i^2 - n(\overline{x})^2}{n-1} = 8.6138, S = 2.94 \end{aligned}\right\} m = 2$$

ขอบเขตชั้น	หา Z	หา p_i	$E_i = Np_i$	O_i	(ยุบ) E_i	(ยุบ) O_i	O^2_i/E_i
<--59.5	(-Infinity) - (-2.7)	0.0035	0.35	0			
59.5 - 62.5	(-2.7) - (-1.68)	0.043	4.3	5			
62.5 - 65.5	(-1.68) - (-0.66)	0.2081	20.81	18	25.46	23	20.78
65.5 - 68.5	(-0.66) - (0.36)	0.386	38.6	42	38.6	42	45.70
68.5 - 71.5	(0.36) - (1.38)	0.2756	27.56	27	27.56	27	26.45
71.5 - 74.5	(1.38) - (2.4)	0.0756	7.56	8	8.38	8	7.64
74.5 -->	(2.4) - (+Infinity)	0.0082	0.82	0			
						รวม	100.57

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{O_i^2}{E_i} - N = 100.57 - 100 = .57$$

4. หาอณาเขตวิกฤต



d.f. = k - m – 1=4-2-1=1

5. สรุปผล และ ตีความหมาย

ตกอยู่ในพื้นที่ของ H_0 ให้ตอบว่า “ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 กล่าวได้ว่า การแจกแจงของความสูงของนักเรียนมีการแจกแจงเป็นปกติ

Midterm = 217 หน้า

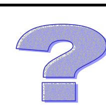
Final = 193 หน้า

รวม = 410 หน้า

อ่าน 100 หน้า ได้ 24 คะแนน

อ่าน 410 หน้า ได้ 98.4 คะแนน

อีก 1.6 อยู่ที่บุญ/กรรมทำกันมาครับ



Do you have any Question?

Thank you

http://beam.to/statistics