

Home Work 1

โจทย์

สินค้า	Di	Si	Hi	ai
1	100	100	1	1
2	200	50	0.4	1
3	150	70	0.2	1
4	400	20	0.1	1

กำหนดให้ Di แทนปริมาณความต้องการของสินค้าชนิดที่ i ; i = 1,2,3,4
 Si แทนค่าใช้จ่ายในการสั่ง/ทำต่อครั้ง
 Hi แทนค่าใช้จ่ายในการดูแลรักษาสินค้า Q ใดๆ ที่ i ต่อหน่วยต่อช่วงเวลาที่ยาวแผนไว้
 ai แทนพื้นที่ใช้เก็บสินค้า i ต่อหน่วย
 W แทนพื้นที่ทั้งหมด

Object to $f(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{S_i D_i}{Q_i} + \frac{H_i Q_i}{2} \right]$

Subject to $\sum_{i=1}^4 a_i Q_i \leq W$
 $Q_i \geq 0 \quad ; i = 1, 2, 3, 4$

$\nabla f(Q_i) = 0 \quad \rightarrow$ Necessary Condition

$Q_i = \sqrt{\frac{2S_i D_i}{H_i}}$

หา $Q_i = \sqrt{\frac{2S_i D_i}{H_i}}$, $Q_1 = 141.4213562$, $Q_2 = 223.6067977$, $Q_3 = 324.0370349$, $Q_4 = 400$

$\sum_{i=1}^4 a_i Q_i = 1089.065189$

เนื่องจากกำหนดให้ W = 1000

ดังนั้น 1089.065189 มากกว่า 1000 ตามที่กำหนด ดังนั้นต้องปรับค่า Qi ใหม่ได้โดยใช้วิธี Lagrange Multiplier

Object to $f(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \lambda) = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{S_i D_i}{Q_i} + \frac{H_i Q_i}{2} \right] + \lambda \left(\sum_{i=1}^n a_i Q_i - W \right)$

Subject to $\sum_{i=1}^4 a_i Q_i \leq W$
 $Q_i \geq 0 \quad ; i = 1, 2, 3, 4$

$\nabla f(Q_i) = 0 \quad \rightarrow \text{Necessary Condition}$

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2S_i D_i}{H_i + 2\lambda Q_i}}$$

จาก Subject to

$$\sum_{i=1}^4 a_i Q_i = \sum_{i=1}^4 a_i \sqrt{\frac{2S_i D_i}{H_i + 2\lambda Q_i}} \leq W$$

เนื่องจาก $a_i = 1$ ทุกค่าของ i

ข้อ 1 ค่า λ

$$\sqrt{\frac{2 \times 100 \times 100}{1 + 2\lambda}} + \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 50}{0.4 + 2\lambda}} + \sqrt{\frac{2 \times 150 \times 70}{0.2 + 2\lambda}} + \sqrt{\frac{2 \times 400 \times 20}{0.1 + 2\lambda}} = 1000$$

แก้ปัญหาด้วยวิธี False – Position

	รอบที่ 1	
กำหนดค่าเริ่มต้น x_l และ x_u	$x_l = 0$	$x_u = 0.02$
ผลจากการแทนค่า x_l และ x_u	$f(x_l) = 89.0651889076814$	$f(x_u) = -14.2585435416948$
	$x_r = 0.02 - (-14.26(0 - 0.02)) / (89.07 - (-14.26)) = 0.01724$	
หาจนกระทั่ง $f(x_l) * f(x_u) = 0$	$f(x_l) * f(x_u) = -1269.939874$	
	รอบที่ 2	รอบที่ 3
	$x_l = 0.017240025461008$ $x_u = 0.02$	$x_l = 0.017240025461008$ $x_u = 0.0167340252075725$
	$f(x_l) = -2.20908828275333$ $f(x_u) = -14.2585435416948$	$f(x_l) = -2.20908828275333$ $f(x_u) = 0.062401440517192$
	$x_r = 0.02 - (-14.26(0.02 - 0.02)) / (-2.21 - (-14.26)) = 0.01673$	$x_r = 0.02 - (0.06(0.02 - 0.02)) / (-2.21 - (0.06)) = 0.01675$
	$f(x_l) * f(x_u) = 31.49838147$	$f(x_l) * f(x_u) = -0.137850291$
	รอบที่ 4	รอบที่ 5
	$x_l = 0.0167479258404448$ $x_u = 0.0167340252075725$	$x_l = 0.0167478665201122$ $x_u = 0.0167340252075725$
	$f(x_l) = -0.0002674366462542$ $f(x_u) = 0.062401440517192$	$f(x_l) = -3.22731921187369E-$ $f(x_u) = 0.062401440517192$
	$x_r = 0.02 - (0.06(0.02 - 0.02)) / (0 - (0.06)) = 0.01675$	$x_r = 0.02 - (0.06(0.02 - 0.02)) / (0 - (0.06)) = 0.01675$
	$f(x_l) * f(x_u) = -1.66884E-05$	$f(x_l) * f(x_u) = -2.01389E-09$

รอบที่ 6	รอบที่ 7
$x_l = 0.0167478665129537$ $x_u = 0.0167340252075725$	$x_l = 0.0167478665129528$ $x_u = 0.0167340252075725$
$f(x_l) = -3.86535248253495E-06$ $f(x_u) = 0.062401440517192$	$f(x_l) = 0$ $f(x_u) = 0.062401440517192$
$x_r = 0.02 - (0.06(0.02 - 0.0167478665129537)) / (0.062401440517192 - (-3.86535248253495E-06)) = 0.01675$	$x_r = 0.02 - (0.06(0.02 - 0.0167340252075725)) / (0.062401440517192 - 0) = 0.016747866512952$
$f(x_l) * f(x_u) = -2.41204E-13$	$f(x_l) * f(x_u) = 0$

$\lambda = 0.016747866512952$ ได้ค่า $W = 1000$ ตามเงื่อนไข

พิจารณาว่าได้ค่า Q_i ดีที่สุดแล้วหรือไม่ ด้วยการทำ Hessian Matrix

หา $Q_i = \sqrt{\frac{2S_i D_i}{H_i}}$ $Q_1 = 139.110738$, $Q_2 = 214.794217$, $Q_3 = 299.895655$, $Q_4 = 346.199391$

$\sum_{i=1}^4 a_i Q_i = 1000 = W$ ได้ค่า $W = 1000$ ตามเงื่อนไขพิจารณาว่าได้ค่า Q_i ดีที่สุดแล้วหรือไม่

ด้วยการทำ Hessian Matrix

$$H^{(x)} = \begin{vmatrix} 0.007429302 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1 \\ 0.00 & 0.002018191 & 0.00 & 0.00 & 1 \\ 0.00 & 0.00 & 0.000778590 & 0.00 & 1 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.000385604 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0.00 \end{vmatrix}$$

หา Determinate สำหรับ $A1_{1x1}$, $A2_{2x2}$, $A3_{3x3}$, $A4_{4x4}$, $A5_{5x5}$

Det(A1) **0.007429302**

Det(A2) **1.49938E-05**

Det(A3) **1.1674E-08**

Det(A4) **4.50153E-12**

Det(A5)	-2.0292E-08*
----------------	---------------------

* พบว่าไม่เป็น Positive ทั้งหมด แสดงว่ายังไม่เป็นค่าที่ดีที่สุดจริงๆ (Hessian Matrix ไม่เป็นตามเงื่อนไข)

* Run ทดสอบค่าด้วยโปรแกรม Excel

ข้อ 2 General Form

$$H^{(x)} = \begin{bmatrix} \frac{2S_1D_1}{Q_1^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & \frac{2S_2D_2}{Q_2^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & \frac{2S_3D_3}{Q_3^3} & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2S_4D_4}{Q_4^3} & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2S_iD_i}{Q_i^3} & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2S_nD_n}{Q_n^3} & a_n \\ a_1 & a_2 & . & . & . & a_n & 0 \end{bmatrix}$$

Operation In Row

นำ $\frac{Q_i^3}{2S_iD_i}$ คูณ Row i

ทำไปทุก Row จนถึง Row ที่ n

จะได้ Matrix ดังนี้

$$H^{(x)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_1Q_1^3}{2S_1D_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_2Q_2^3}{2S_2D_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{a_nQ_n^3}{2S_nD_n} \\ a_1 & a_2 & . & . & . & a_n & 0 \end{bmatrix}$$

นำ a_i Row i - Row (n+1)

ทำไปทุกๆ ค่า i = 1 จนถึงค่า n

จะได้ Matrix ดังนี้

$$H^{(x)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_1 Q_1^3}{2S_1 D_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_2 Q_2^3}{2S_2 D_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{a_n Q_n^3}{2S_n D_n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^n \left(-\frac{a_i^2 Q_i^3}{S_i D_i} \right) \end{bmatrix}$$

จากรูป General Form พบว่า $\text{Det}|A_{n+1}| = \text{Negative Value}(-)$

ดังนั้นจึงไม่ทำให้ Hessian Matrix เป็นไปตามเงื่อนไข Positive Definite

ข้อ 3 $f(x) = x^{10} + 2x^9 + 3x^8 - x^7 - 2x^6 + 4x^5 - x^4 + 3x^2 - 5x + 7$

หา x โดยที่ f(x) ค่าที่ต่ำสุด

$$f'(x) = 10x^9 + 18x^8 + 24x^7 - 7x^6 - 12x^5 + 20x^4 - 4x^3 + 12x - 5 = 0$$

Run MathLab V6.5 ได้ค่าตัวแปร x ทั้งหมด 9 ค่าดังนี้

x1= -0.91118 + 1.5377i

x2= -0.91118 - 1.5377i

x3= - 1.0705

x4= - 0.83383

x5= 0.055505 + 0.69087i

x6= 0.055505 - 0.69087i

x7= 0.61128 + 0.49162i

x8= 0.61128 - 0.49162i

x9= 0.59312

แทนค่า x3 ในสมการ $f(x) = 10.91280278$

$f''(x^*) = 50.42096 > 0$ เป็นค่า MIN

แทนค่า x4 ในสมการ $f(x) = 11.2411215$

$f''(x^*) = -23.6578 < 0$ เป็นค่า MAX

แทนค่า x9 ในสมการ $f(x) = 5.216236062$

$f''(x^*) = 20.37405 > 0$ เป็นค่า MIN ค่าที่สอง

$\therefore x = 0.59312$