

**HW 11 Bender's Partitioning**

1.

		เครื่องจักร								
		1.1	1.2	2	3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2
งาน	1.1	20	19	23	21	18	19	20	21	23
	1.2	22	21	19	22	19	19	20	20	22
	2	17	16	15	14	15	16	17	18	19
	3	21	20	22	21	23	22	24	22	23
	4.1	27	26	29	30	31	30	29	31	29
	4.2	30	28	27	29	31	32	30	30	31
	4.3	29	29	28	28	31	30	21	27	28
	5.1	26	25	27	24	23	26	23	26	27
	5.2	24	25	26	27	26	25	24	27	25

ข้อมูลในตารางแสดงค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการจับคู่งานและเครื่องจักร

มีงาน 5 งาน และเครื่องจักร 5 เครื่อง

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{S.T. } \sum_{j=1}^n x_{ij} - y_i = 0 \quad \forall_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - z_j = 0 \quad \forall_j$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$y_1 + y_2 = 1; \quad y_3 = 1, y_4 = 1; \quad y_5 + y_6 + y_7 = 1; \quad y_8 + y_9 = 1$$

$$z_1 + z_2 = 1; \quad z_3 = 1, z_4 = 1; \quad z_5 + z_6 + z_7 = 1; \quad z_8 + z_9 = 1$$

$$\forall z, y \geq 0$$









**วิธีที่ 2 Bender's Partitioning**

		เครื่องจักร								
		1.1	1.2	2	3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2
งาน	1.1	20	19	23	21	18	19	20	21	23
	1.2	22	21	19	22	19	19	20	20	22
	2	17	16	15	14	15	16	17	18	19
	3	21	20	22	21	23	22	24	22	23
	4.1	27	26	29	30	31	30	29	31	29
	4.2	30	28	27	29	31	32	30	30	31
	4.3	29	29	28	28	31	30	21	27	28
	5.1	26	25	27	24	23	26	23	26	27
	5.2	24	25	26	27	26	25	24	27	25

สรุปค่านวมทั้งสิ้น 14 รอบ ได้คำตอบคือ

เครื่องที่ 1 แบบที่ 2 ทำงานที่ 3, เครื่องที่ 2 ทำงานที่ 1 แบบที่ 2, เครื่องที่ 3 ทำงานที่ 2 , เครื่องที่ 4 แบบที่ 3 ทำงานที่ 4 แบบที่ 3 และเครื่องที่ 5 แบบที่ 2 ทำงาน 5 แบบที่ 2

**\*\*ได้คำตอบเหมือนกันการใช้ LP ใน Solver\*\***

2.

โจทย์

$$\text{MinZ } 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 10y_1 + 9y_2 + 5z_1 + 6z_2 + 7z_3$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + x_3 - 6y_1 - 7y_2 \geq 0$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 - 10z_1 - 11z_2 - 9z_3 \geq 0$$

$$y_1 + y_2 = 1$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 1$$

$$\forall x \geq 0; \forall y, z = \{0,1\}$$

วิธีที่ 1 การหาคำตอบที่ดีที่สุดด้วยโปรแกรม Solver

	X			Y		Z			LHS	RHS
Objective	3	4	1	10	9	5	6	7		
Constraint 1	1	1	1	-6	-7				0	0
Constraint 2	2	1	3			-10	-11	-9	8	0
Constraint 3				1	1				1	1
Constraint 4						1	1	1	1	1
Value	0	0	6	1	0	1	0	0		
									Min Z	21

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	21
-------	----

**วิธีที่ 2 Bender's Partitioning**

รอบที่ 1 เริ่มต้นที่ Min Z 21 โดยเริ่มจาก  $y_1=1, z_1=1$

	X			LHS	RHS	
Objective	3	4	1			3
Constraint 1	1	1	1	6	6	TRUE
Constraint 2	2	1	3	18	10	100
Value	0	0	6			
				Min Z	21	15

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	21
-------	----

	Y		Z			LHS	RHS
Objective	16	16	5	6	7		
Constraint 1	1	1				1	1
Constraint 2			1	1	1	1	1
Constraint T	16	16	5	6	7	21	21
Value	0	1	1	0	-0		
						Min Z	21

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	21
-------	----

ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดในรอบที่ 1 แสดงว่า  $y_1=1, z_1=1, x_3 = 6$

รอบที่ 1 เริ่มต้นที่ Min Z 21 โดยเริ่มจาก  $y_2=1, z_3=1$

	X			LHS	RHS	
Objective	3	4	1			22 3
Constraint Y	1	1	1	7	7	TRUE
Constraint Z	2	1	3	21	9	100
Value	0	0	7			
				Min Z	22	15

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	22
-------	----

	Y		Z			LHS	RHS
Objective	10	9	5	6	7		
Constraint 1	1	1				1	1
Constraint 2			1	1	1	1	1
Constraint T	16	16	5	6	7	21	21
Value	0	1	1	0	0		
						Min Z	21

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	21
-------	----

รอบที่ 2 เริ่มต้นที่ Min Z 21 โดยเริ่มจาก  $y_2=1, z_1=1$

	X			LHS	RHS	
Objective	3	4	1			21
Constraint Y	1	1	1	7	7	TRUE
Constraint Z	2	1	3	21	10	100
Value	0	0	7			
				Min Z	21	14

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	21
-------	----

	Y		Z			LHS	RHS
Objective	10	9	5	6	7		
Constraint 1	1	1				1	1
Constraint 2			1	1	1	1	1
Constraint T	16	16	5	6	7	21	21
Constraint T	16	16	5	6	7	21	21
Value	0	1	1	0	0		
						Min Z	21

ต้นทุนที่ต่ำที่สุด ได้เท่ากับ

Min Z	21
-------	----

ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดในรอบที่ 2 แสดงว่า  $y_2=1, z_1=1, x_3 = 7$

สรุปได้ว่า ปัญหานี้ไม่ว่าจะเริ่มต้นจากตัวแปร y และ z ใดๆ ก็สามารถหาคำตอบจากการใช้ Bender's Partition เสมอ โดยถ้าเลือก y และ z ได้ดีก็จะได้ค่าที่ดีที่สุดจากรอบแรก แต่ถ้าเลือกไม่ดีก็จะได้ค่าที่ดีที่สุดเช่นเดียวกันจากรอบที่ 2