

HW Final

หาค่าที่เหมาะสมที่สุด

กำหนด

$$\text{Min}Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \sum_{\forall k} \frac{1}{60} \left[\sum_{i=1}^3 (U_{ik} + 0.95V_{ik}) \right]$$

ST

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + U_{1k} - V_{1k} = \{10,11,12,13\}$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + U_{2k} - V_{2k} = \{13,14,15\}$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + U_{3k} - V_{3k} = \{12,13,14,15,16\}$$

$$x_1, x_2, x_3, U_{ik}, V_{ik} \geq 0 \quad \forall i, k$$

$$x_1, x_2, x_3 = \text{integer}$$

Demand

แบ่งวิธีการหาคำตอบเป็น 3 วิธี คือ

1. หาคำตอบแบบ Full Variables and Constraints ด้วยโปรแกรม Premium Solver V6.5

วิธีการนี้ได้คำตอบที่แน่นอนที่สุด แต่ต้องใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สามารถรองรับตัวแปร และ ข้อจำกัดมากๆ ได้ เช่น Premium Solver V6.5

(ตารางการคำนวณมีจำนวนมาก อาจารย์สามารถโหลดคู่มือได้ที่

<http://www.science.cmu.ac.th/department/statistics/twatha/Phd/Op/HW13.xls>)

2. หาคำตอบด้วยวิธีการสุ่ม Demand

การที่จะหาคำตอบด้วยวิธีการสุ่มนั้นถ้าต้องการให้คำตอบใกล้เคียงคำตอบของ Population ก็ต้องทำการทดลองหลายครั้ง และ/หรือ เลือก Demand (จำนวนการสุ่มในแต่ละ Constraint) ให้มากขึ้น ก็จะได้คำตอบที่ใกล้เคียง และช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่กว้างจนเกินไป

การจัดทำมีวิธีการดังนี้

a. สุ่ม 3 ครั้ง

i. Demand กลุ่มละ 1 ค่า

ii. Demand กลุ่มละ 2 ค่า

iii. Demand กลุ่มละ 3 ค่า

b. สุ่ม 6 ครั้ง

i. Demand กลุ่มละ 1 ค่า

ii. Demand กลุ่มละ 2 ค่า

iii. Demand กลุ่มละ 3 ค่า

(ตารางการคำนวณมีจำนวนมาก อาจารย์สามารถโหลดคู่มือได้ที่

<http://www.science.cmu.ac.th/department/statistics/twatha/Phd/Op/HW13.xls>)

3. หาคำตอบด้วยวิธีการ Bender Decomposition

ในการหาคำตอบแบบ Bender นั้น ในขั้นตอนแรกได้กำหนดค่าเริ่มต้นใดๆ ก็ได้ และนำค่าเริ่มต้นนั้นๆ ไปหา Shadow Price และนำมาจัดทำ Bender Cut ซึ่งในรอบแรกๆ คือ รอบที่ 1 ถึง 3 ได้จัดทำด้วยมือเพื่อให้ Bender Cut มี แนวระนาบในการหาค่าเริ่มต้น หลังจากนั้น ในรอบต่อไป ก็ใช้โปรแกรม Solver ช่วยในการหาคำตอบในขั้นตอนของ Bender Cut ซึ่งได้คำตอบในรอบที่ 8 โดยได้พิสูจน์จากการทำเกินไปรอบที่ 9 ซึ่งได้คำตอบคงเดิมไม่สามารถทำให้ดีขึ้นเพิ่มได้อีก

(ตารางการคำนวณมีจำนวนมาก อาจารย์สามารถโหลดคู่มือได้ที่

http://www.science.cmu.ac.th/department/statistics/twatha/Phd/Op/HW13_2.xls

1. หาคำตอบแบบ Full Variables and Constraints ด้วยโปรแกรม Premium Solver V6.5

Min Z = 11.3

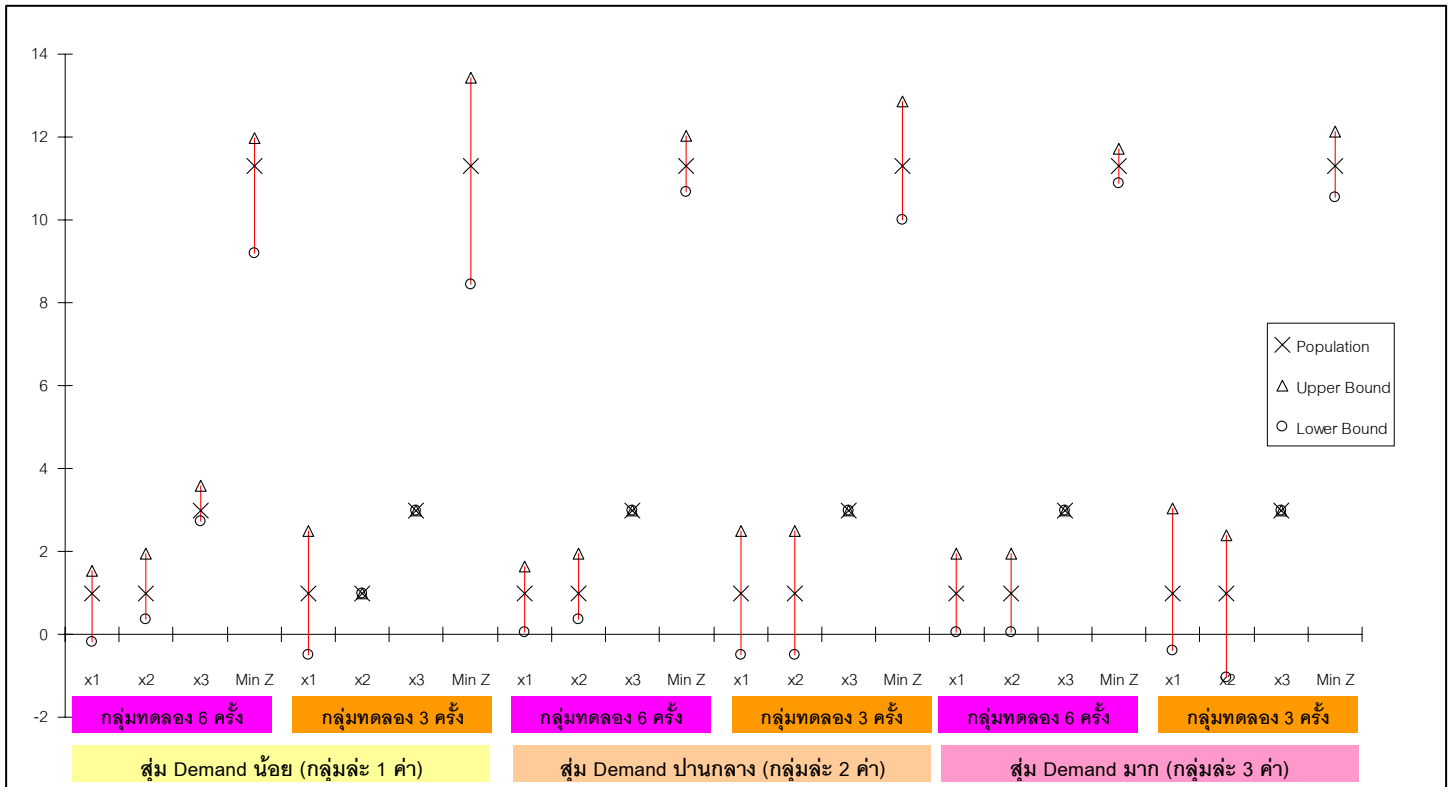
$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 3$

คำตอบนี้ถือว่าเป็นคำตอบของ Population ซึ่งจะนำไปใช้เพื่อการเปรียบเทียบคำตอบในวิธีการอื่นๆ ต่อไป

2. หาคำตอบด้วยวิธีการสุ่ม Demand

สรุป การทำการทดลองสุ่มจำนวนครั้ง 6 ครั้ง ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่แคบกว่าการทำการทดลองสุ่มจำนวนครั้ง 3 ครั้ง ในทุกๆ รูปแบบการคัดเลือก Demand คือที่ การเลือก Demand กลุ่มละ 1 หรือ 2 หรือ 3 ค่า

ดังนั้นการที่จะหาคำตอบด้วยวิธีการสุ่มนั้นถ้าต้องการให้คำตอบใกล้เคียงคำตอบของ Population ก็ต้องทำการทดลองหลายครั้ง และ/หรือ เลือก Demand (จำนวนการสุ่มในแต่ละ Constraint) ให้มากขึ้น ก็จะได้คำตอบที่ใกล้เคียง และช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่กว้างจนเกินไป



กราฟ แสดงช่วงความเชื่อมั่น

กลุ่ม Demand น้อย								
ทดลอง 6 ครั้ง				ทดลอง 3 ครั้ง				
	x1	x2	x3	Min Z	x1	x2	x3	Min Z
Population	1.00	1.00	3.00	11.30	1.00	1.00	3.00	11.30
Upper Bound	1.52	1.96	3.60	11.96	2.48	1.00	3.00	13.42
Lower Bound	-0.19	0.38	2.74	9.20	-0.48	1.00	3.00	8.45

กลุ่ม Demand ปานกลาง								
ทดลอง 6 ครั้ง				ทดลอง 3 ครั้ง				
	x1	x2	x3	Min Z	x1	x2	x3	Min Z
Population	1.00	1.00	3.00	11.30	1.00	1.00	3.00	11.30
Upper Bound	1.62	1.96	3.00	12.03	2.48	2.48	3.00	12.85
Lower Bound	0.04	0.38	3.00	10.67	-0.48	-0.48	3.00	9.99

กลุ่ม Demand มาก								
ทดลอง 6 ครั้ง				ทดลอง 3 ครั้ง				
	x1	x2	x3	Min Z	x1	x2	x3	Min Z
Population	1.00	1.00	3.00	11.30	1.00	1.00	3.00	11.30
Upper Bound	1.94	1.94	3.00	11.71	3.05	2.38	3.00	12.12
Lower Bound	0.06	0.06	3.00	10.87	-0.38	-1.05	3.00	10.56

ตาราง แสดงช่วงความเชื่อมั่น

ดังนั้นคำตอบที่ดีที่สุดแบบเป็นช่วง (CI 95%) คือ

$$\text{Min Z} = 10.87 - 11.30$$

$$x_1 = 0.06 - 1.94, x_2 = 0.06 - 1.94, x_3 = 3$$

ที่ $\text{Alpha} = 0.05$

รายละเอียดในการหาคำตอบ

a. สุ่ม 3 ครั้ง

i. Demand กลุ่มละ 1 ค่า

สุ่ม 3 Demand		CI 95%			
		x1	x2	x3	Min Z
Sample	Mean	1.0	1.0	3.0	10.9
	SD	1.0	0.0	0.0	1.7
	Upper Bound	2.5	1.0	3.0	13.4
	Lower Bound	-0.5	1.0	3.0	8.4
Population		1	1	3	11.3

โดยมีรายละเอียดการสุ่มดังนี้

สุ่ม Demand กลุ่มละ 1 ค่า			ค่าที่ดีที่สุด			
ครั้งที่	สุ่ม	Demand ที่สุ่ม	x1	x2	x3	Min Z
1	eq1	10	0	1	3	9.0
	eq2	13				
	eq3	12				
2	eq1	12	1	1	3	11.9
	eq2	13				
	eq3	15				
3	eq1	13	2	1	3	11.9
	eq2	15				
	eq3	16				

ii. Demand กลุ่มละ 2 ค่า

กลุ่ม 6 Demand		CI 95%			
		x1	x2	x3	Min Z
Sample	Mean	1.0	1.0	3.0	11.4
	SD	1.0	1.0	0.0	1.0
	Upper Bound	2.5	2.5	3.0	12.8
	Lower Bound	-0.5	-0.5	3.0	10.0
Population		1	1	3	11.3

โดยมีรายละเอียดการสุ่มดังนี้

กลุ่ม Demand กลุ่มละ 2 ค่า				ค่าที่ดีที่สุด			
ครั้งที่	สุ่ม	Demand ที่สุ่ม		x1	x2	x3	Min Z
1	eq1	10	13	2	0	3	12.38
	eq2	13	15				
	eq3	12	16				
2	eq1	12	13	1	1	3	11.43
	eq2	13	15				
	eq3	12	16				
3	eq1	12	13	0	2	3	10.45
	eq2	13	14				
	eq3	14	15				

iii. Demand กลุ่มละ 3 ค่า

กลุ่ม 9 Demand		CI 95%			
		x1	x2	x3	Min Z
Sample	Mean	1.3	0.7	3.0	11.3
	SD	1.2	1.2	0.0	0.5
	Upper Bound	3.0	2.4	3.0	12.1
	Lower Bound	-0.4	-1.0	3.0	10.6
Population		1	1	3	11.3

โดยมีรายละเอียดการกลุ่มดังนี้

กลุ่ม Demand กลุ่มละ 3 ค่า					ค่าที่ดีที่สุด			
ครั้งที่	กลุ่ม	Demand ที่กลุ่ม			x1	x2	x3	Min Z
1	eq1	10	12	13	2	0	3	11.22
	eq2	13	14	15				
	eq3	12	13	15				
2	eq1	10	11	13	0	2	3	11.917
	eq2	13	14	15				
	eq3	14	15	16				
3	eq1	10	11	13	2	0	3	10.883
	eq2	13	14	15				
	eq3	12	13	14				

b. สุ่ม 6 ครั้ง

i. Demand กลุ่มละ 1 ค่า

กลุ่ม 3 Demand		CI 95%			
		x1	x2	x3	Min Z
Sample	Mean	0.7	1.2	3.2	10.6
	SD	0.8	0.8	0.4	1.3
	Upper Bound	1.5	2.0	3.6	12.0
	Lower Bound	-0.2	0.4	2.7	9.2
Population		1	1	3	11.3

โดยมีรายละเอียดการสุ่มดังนี้

กลุ่ม Demand กลุ่มละ 1 ค่า			ค่าที่ดีที่สุด			
ครั้งที่	กลุ่ม	Demand ที่สุ่ม	x1	x2	x3	Min Z
1	eq1	10	0	1	3	9.0
	eq2	13				
	eq3	12				
2	eq1	13	2	1	3	11.9
	eq2	15				
	eq3	16				
3	eq1	13	0	2	3	9.0
	eq2	14				
	eq3	14				
4	eq1	12	1	1	3	11.9
	eq2	13				
	eq3	15				
5	eq1	13	1	0	4	10.8
	eq2	14				
	eq3	12				
6	eq1	11	0	2	3	10.9
	eq2	14				
	eq3	14				

ii. Demand กลุ่มละ 2 ค่า

กลุ่ม 6 Demand		CI 95%			
		x1	x2	x3	Min Z
Sample	Mean	0.8	1.2	3.0	11.4
	SD	0.8	0.8	0.0	0.6
	Upper Bound	1.6	2.0	3.0	12.0
	Lower Bound	0.0	0.4	3.0	10.7
Population		1	1	3	11.3

โดยมีรายละเอียดการกลุ่มดังนี้

กลุ่ม Demand กลุ่มละ 2 ค่า				ค่าที่ดีที่สุด			
ครั้งที่	กลุ่ม	Demand ที่กลุ่ม		x1	x2	x3	Min Z
1	eq1	10	13	2	0	3	12.38
	eq2	13	15				
	eq3	12	16				
2	eq1	12	13	1	1	3	11.43
	eq2	13	15				
	eq3	12	16				
3	eq1	12	13	0	2	3	11.45
	eq2	13	15				
	eq3	14	16				
4	eq1	12	13	1	1	3	11.475
	eq2	14	15				
	eq3	15	16				
5	eq1	12	13	0	2	3	10.45
	eq2	13	14				
	eq3	14	15				
6	eq1	10	12	1	1	3	10.93
	eq2	14	15				
	eq3	14	15				

iii. Demand กลุ่มละ 3 ค่า

กลุ่ม 9 Demand		CI 95%			
		x1	x2	x3	Min Z
Sample	Mean	1.0	1.0	3.0	11.3
	SD	0.9	0.9	0.0	0.4
	Upper Bound	1.9	1.9	3.0	11.7
	Lower Bound	0.1	0.1	3.0	10.9
Population		1	1	3	11.3

โดยมีรายละเอียดการกลุ่มดังนี้

กลุ่ม Demand กลุ่มละ 3 ค่า					ค่าที่ดีที่สุด			
ครั้งที่	กลุ่ม	Demand ที่กลุ่ม			x1	x2	x3	Min Z
1	eq1	10	12	13	1	1	3	11.23
	eq2	13	14	15				
	eq3	12	13	16				
2	eq1	11	12	13	1	1	3	10.92
	eq2	13	14	15				
	eq3	12	13	16				
3	eq1	10	12	13	2	0	3	11.22
	eq2	13	14	15				
	eq3	12	13	15				
4	eq1	10	11	13	0	2	3	11.917
	eq2	13	14	15				
	eq3	14	15	16				
5	eq1	11	12	13	0	2	3	11.600
	eq2	13	14	15				
	eq3	14	15	16				
6	eq1	10	11	13	2	0	3	10.883
	eq2	13	14	15				
	eq3	12	13	14				

3. หาคำตอบด้วยวิธีการ Bender Decomposition

$$\text{Min} Z = \sum_{\forall k} \frac{1}{60} \left[\sum_{i=1}^3 (U_{ik} + 0.95V_{ik}) \right]$$

ST

$$U_{1k} - V_{1k} = \{10,11,12,13\} \rightarrow b_{1k} - (x_1 + 2x_2 + 3x_3)$$

$$U_{2k} - V_{2k} = \{13,14,15\} \rightarrow b_{2k} - (x_1 + 2x_2 + 3x_3)$$

$$U_{3k} - V_{3k} = \{12,13,14,15,16\} \rightarrow b_{3k} - (x_1 + 2x_2 + 3x_3)$$

$$U_{ik}, V_{ik} \geq 0 \quad \forall i,k$$

กำหนดค่าเริ่มต้น $x_1 = 4, x_2 = 4, x_3 = 3$

สรุปการทำ Bender

Benders Decomposition

ใช้ Benders หาคำตอบจำนวนทั้งสิ้น 9 รอบ ได้คำตอบดังนี้

รอบที่	ค่าเริ่มต้น			ผลจาก Bender Cut		
	x1	x2	x3	x1	x2	x3
1	4	4	3	3	3	3
2	3	3	3	2	2	2
3	2	2	2	2	1	2
4	2	1	2	3	0	2
5	3	0	2	0	1	3
6	0	1	3	2	0	3
7	2	0	3	1	1	3
8	1	1	3	1	1	3
9	1	1	3	1	1	3

Min Z	$ Z_{k-1} - Z_k < 0.00001$
60.5250	
43.1750	17.3500
17.4125	25.7625
12.670	4.7425
12.5400	0.1300
11.9875	0.5525
11.8875	0.1000
11.3025	0.5850
11.3025	0.0000

ดังนั้นคำตอบที่ดีที่สุดคือ

$$\text{Min} Z = 11.3$$

$$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 3$$