

Home Work 3

โครงสร้ฐฐการค้ฐฐนวลใน Microsoft Excel

ก้ฐฐนค้ฐฐ h= 0.00001

f(x+h)	Value	Value(X+h)	Lower	Upper
E	1.5	1.5	1	2
r ₁	2.5	2.5	2	3
r ₂	5.5	5.5	5	6
r ₃	4.5	4.5	4	5
r ₄	1.5	1.5	1	2
r ₅	6.5	6.5	6	7

i= 0.06923076923076920

Power = 0.031153846

f(x-h)	Value	Value(X-h)	Lower	Upper
E	1.5	1.5	1	2
r ₁	2.5	2.5	2	3
r ₂	5.5	5.5	5	6
r ₃	4.5	4.5	4	5
r ₄	1.5	1.5	1	2
r ₅	6.5	6.5	6	7

i= 0.06923076923076920

Power = 0.031153846

f(x)	Value	Value(X)	Lower	Upper
E	1.5	1.5	1	2
r ₁	2.5	2.5	2	3
r ₂	5.5	5.5	5	6
r ₃	4.5	4.5	4	5
r ₄	1.5	1.5	1	2
r ₅	6.5	6.5	6	7

i= 0.06923076923076920

Power = 0.031153846

หาค้ฐฐ $\nabla f(x)$

Central Method

Forward Method

dP/dE X	0.0415385	0.0415386
dP/dr ₁ X	-0.016125	-0.016125
dP/dr ₂ X	0.0041424	0.0041424
dP/dr ₃ X	0.0065617	0.0065617
dP/dr ₄ X	-0.020461	-0.020461
dP/dr ₅ X	-0.001917	-0.001917

หาค้ฐฐ $\nabla^2 f(x)$

	E	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅
E	0.0276923	-0.0215	0.0055232	0.008749	-0.027281	-0.002556
r ₁	-0.0215	0.0102153	-0.001177	-0.001361	0.0072779	0.0012909
r ₂	0.0055232	-0.001177	-0.000949	0.0003469	-0.000162	-0.000222
r ₃	0.008749	-0.001361	0.0003469	-0.001364	-0.00231	-0.000312
r ₄	-0.027281	0.0072779	-0.000162	-0.00231	0.0152857	0.0017052
r ₅	-0.002556	0.0012909	-0.000222	-0.000312	0.0017052	0.0001033

Run Gradient and Hessian by Microsoft Visual Basic(Excel)

Sub Gradient()

For i = 5 To 10

Cells(i, 4) = Cells(i, 3).Value + Cells(3, 5).Value

Cells(i + 8, 4) = Cells(i + 8, 3).Value - Cells(3, 5).Value

Cells(i + 27, 3) = (Cells(9, 10).Value - Cells(17, 10).Value) / (2 * Cells(3, 5).Value)

Cells(i + 27, 5) = (Cells(9, 10).Value - Cells(25, 10).Value) / (Cells(3, 5).Value)

'Return value

Cells(i, 4) = Cells(i, 3).Value

Cells(i + 8, 4) = Cells(i + 8, 3).Value

Next i

End Sub

Sub Hessian()

For i = 5 To 10

Cells(i, 4) = Cells(i, 3).Value + Cells(3, 5).Value

Cells(i + 8, 4) = Cells(i + 8, 3).Value - Cells(3, 5).Value

For j = 5 To 10

'Because Hessian make variable are (xi+h xj+h,xi+h xj-h,xi-h xj+h,xi-h xj-h)

If (i = j) Then

Cells(i + 36, (-2 + j)) = (Cells(9, 10).Value + Cells(17, 10).Value - 2 * Cells(25, 10).Value) /
((Cells(3, 5).Value) ^ 2)

Else

For k = 1 To 2

If (k = 1) Then

Cells(j, 4) = Cells(j, 3).Value + Cells(3, 5).Value

Cells(j + 8, 4) = Cells(j + 8, 3).Value - Cells(3, 5).Value

Cells(9, 40) = Cells(9, 10).Value

Cells(17, 40) = Cells(17, 10).Value

Else

Cells(j, 4) = Cells(j, 3).Value - Cells(3, 5).Value

```

Cells(j + 8, 4) = Cells(j + 8, 3).Value + Cells(3, 5).Value
End If
Next k
Cells(i + 36, (-2 + j)) = (Cells(9, 40).Value - Cells(17, 10).Value - Cells(9, 10).Value +
Cells(17, 40)) / (4 * (Cells(3, 5).Value) ^ 2)
'Return value to origin
Cells(j, 4) = Cells(j, 3).Value
Cells(j + 8, 4) = Cells(j + 8, 3).Value
End If
'Not run foward method
'Cells(j + 36, 5) = (Cells(9, 10).Value - Cells(25, 10).Value) / (Cells(3, 5))
Next j
'Return value
Cells(i, 4) = Cells(i, 3).Value
Cells(i + 8, 4) = Cells(i + 8, 3).Value
Next i
End Sub

```

การหาค่า Gradients

Central Method

$$\nabla f(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Forward Method

$$\nabla f(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

การหาค่า Hessians

ในกรณีไม่ใช่ Diagonal Matrix

$$\nabla^2 f(x) = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \approx \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_j + h, \dots) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_j + h, \dots) - f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_j - h, \dots) + f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_j - h, \dots)}{4h^2}$$

ในกรณีเป็น Diagonal Matrix

$$\nabla^2 f(x) = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2} \approx \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

ตรวจสอบค่า Det(Xi)

- Det(E) 0.0276923
- Det(r1) -0.000179
- Det(r2) 9.971E-08
- Det(r3) 3.057E-10
- Det(r4) -3.78E-13
- Det(r5) 5.397E-20

ไม่เป็น Negative Definite ดังนั้นยังไม่เป็นคำตอบที่ดีที่สุด

หาค่าที่เหมาะสมโดยวิธี Newton-Raphson

$$X^{k+1} = X^k + \theta (\nabla^2 f(x^k)^{-1}) (\nabla f(x)^k)$$

รอบที่ 1 $\theta = -0.00001$

X^{k+1}	X^k	θ	$(\nabla^2 f(x^k)^{-1})$					$(\nabla f(x)^k)$	
E^1	1.5		-372741.2	-621203.7	-1366593	-1E+06	-372745	-1615205.18	0.042
r_1^1	2.5		-621203.7	-1035248	-2277803	-2E+06	-621342	-2690987.433	-0.016
r_2^1	5.5		-1366593	-2277803	-5011449	-4E+06	-1E+06	-5920718.782	0.004
r_3^1	4.5	-0.00001	-1118115	-1863514	-4099580	-3E+06	-1E+06	-4844761.569	0.007
r_4^1	1.5		-372744.7	-621342.4	-1366652	-1E+06	-372715	-1614501.674	-0.02
r_5^1	6.5		-1615205	-2690987	-5920719	-5E+06	-2E+06	-7008779.908	-0.002
1.57741	1.5	-0.00001	-7740.773						
2.62902	2.5	-0.00001	-12901.88						
5.78383	5.5	-0.00001	-28383						
4.73222	4.5	-0.00001	-23222.32						
1.57742	1.5	-0.00001	-7741.596						
6.83546	6.5	-0.00001	-33546.46						

Power ¹ =	f(x)	X ^{k+1}	Lower	Upper
	E	1.5774	1	2
	r ₁	2.6290	2	3
	r ₂	5.7838	5	6
	r ₃	4.7322	4	5
	r ₄	1.5774	1	2
	r ₅	6.8355	6	7

i = 0.069230

Power¹ = 0.032761228

สรุปได้ว่า Power ¹ = 0.032761228	>	Power = 0.031153846 ***Power of f(x)
---	---	---

สามารถเพิ่ม θ

รอบที่ 2 $\theta = -0.000035$

X^{k+1}	X^k	θ	$(\nabla^2 f(x^k)^{-1})$						$(\nabla f(x)^k)$	
$E^1 =$	1.5		-372741.2	-621203.7	-1366593	-1E+06	-372745	-1615205.18	0.042	
$r_1^1 =$	2.5		-621203.7	-1035248	-2277803	-2E+06	-621342	-2690987.433	-0.016	
$r_2^1 =$	5.5		-1366593	-2277803	-5011449	-4E+06	-1E+06	-5920718.782	0.004	
$r_3^1 =$	4.5	-0.000035	-1118115	-1863514	-4099580	-3E+06	-1E+06	-4844761.569	0.007	
$r_4^1 =$	1.5		-372744.7	-621342.4	-1366652	-1E+06	-372715	-1614501.674	-0.02	
$r_5^1 =$	6.5		-1615205	-2690987	-5920719	-5E+06	-2E+06	-7008779.908	-0.002	
1.77093 =	1.5	-0.000035	-7740.773							
2.95157 =	2.5	-0.000035	-12901.88							
6.49341 =	5.5	-0.000035	-28383							
5.31278 =	4.5	-0.000035	-23222.32							
1.77096 =	1.5	-0.000035	-7741.596							
7.67413 =	6.5	-0.000035	-33546.46							

Power ¹ =	f(x)	X ^{k+1}	Lower	Upper
	E	1.7709	1	2
	r ₁	2.9516	2	3
	r ₂	6.4934	5	6
	r ₃	5.3128	4	5
	r ₄	1.7710	1	2
	r ₅	7.6741	6	7

i = 0.069229

Power¹ = 0.036779684

สรุปได้ว่า Power ¹ = 0.036779684	>	Power = 0.031153846 ***Power of f(x)
---	---	---

สามารถเพิ่ม θ

รอบที่ 3 $\theta = -0.000035$

X^{k+1}	X^k	θ	$(\nabla^2 f(x^k)^{-1})$						$(\nabla f(x)^k)$
$E^1 =$	1.5		-372741.2	-621203.7	-1366593	-1E+06	-372745	-1615205.18	0.042
$r_1^1 =$	2.5		-621203.7	-1035248	-2277803	-2E+06	-621342	-2690987.433	-0.016
$r_2^1 =$	5.5		-1366593	-2277803	-5011449	-4E+06	-1E+06	-5920718.782	0.004
$r_3^1 =$	4.5	-0.00004	-1118115	-1863514	-4099580	-3E+06	-1E+06	-4844761.569	0.007
$r_4^1 =$	1.5		-372744.7	-621342.4	-1366652	-1E+06	-372715	-1614501.674	-0.02
$r_5^1 =$	6.5		-1615205	-2690987	-5920719	-5E+06	-2E+06	-7008779.908	-0.002
1.80963	1.5	-0.00004	-7740.773						
3.01608	2.5	-0.00004	-12901.88						
6.63532	5.5	-0.00004	-28383						
5.42889	4.5	-0.00004	-23222.32						
1.80966	1.5	-0.00004	-7741.596						
7.84186	6.5	-0.00004	-33546.46						

Power ¹ =	f(x)	X^{k+1}	Lower	Upper	
	E	1.8096	1	2	i = 0.069229
	r ₁	3.0161	2	3	
	r ₂	6.6353	5	6	
	r ₃	5.4289	4	5	
	r ₄	1.8097	1	2	
	r ₅	7.8419	6	7	

Power¹ = 0.037583375

สรุปได้ว่า Power ¹ = 0.037583375	>	Power = 0.031153846
		***Power of f(x)

แต่ไม่สามารถเพิ่ม θ

เนื่องจากค่า r_1 มีค่า 3.0161 ซึ่งมากกว่าข้อจำกัดที่มีค่าสูงสุดไม่เกิน 3 ดังนั้นไม่สามารถเพิ่มค่า θ

และถ้าต้องการหาค่าที่ดีที่สุดต้องนำค่า X^1 ไปแทนค่าที่จุดเริ่มต้น X^0 แล้วทำแบบเดิมตั้งแต่ต้นจนจบจนกว่า

$$\|X^{k+1} - X^k\|_\infty < \epsilon \quad \text{หรือ} \quad \|f(X^{k+1}) - f(X^k)\|_\infty < \epsilon$$

ดังนั้นในเบื้องต้นนี้คำตอบที่ได้คือ

E	1.8096
r1	3.0161
r2	6.6353
r3	5.4289
r4	1.8097
r5	7.8419

Power¹ = 0.03758337502927

ทดลองนำคำตอบอื่นๆ มา Run ในโปรแกรม

กำหนดค่า h= 0.00001

f(x+h)	Value	Value(X+h)	Lower	Upper
E	2	2	1	2
r ₁	2	2	2	3
r ₂	6	6	5	6
r ₃	5	5	4	5
r ₄	1	1	1	2
r ₅	6	6	6	7

i= 0.13793103448275900

Power = 0.114149822

f(x-h)	Value	Value(X-h)	Lower	Upper
E	2	2	1	2
r ₁	2	2	2	3
r ₂	6	6	5	6
r ₃	5	5	4	5
r ₄	1	1	1	2
r ₅	6	6	6	7

i= 0.13793103448275900

Power = 0.114149822

f(x)	Value	Value(X)	Lower	Upper
E	2	2	1	2
r ₁	2	2	2	3
r ₂	6	6	5	6
r ₃	5	5	4	5
r ₄	1	1	1	2
r ₅	6	6	6	7

i= 0.13793103448275900

Power = 0.114149822

หาค่า $\nabla f(x)$

Central Method

Forward Method

dP/dE X	0.1141498	0.1141501
dP/dr ₁ X	-0.054826	-0.054825
dP/dr ₂ X	0.0075912	0.0075912
dP/dr ₃ X	0.0140579	0.0140578
dP/dr ₄ X	-0.069165	-0.069164
dP/dr ₅ X	-0.008528	-0.008528

หาค่า $\nabla^2 f(x)$

	E	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅
E	0.0570752	-0.054825	0.0075912	0.0140579	-0.069165	-0.008528
r ₁	-0.054825	0.0355829	-0.002155	-0.001814	0.0257298	0.0057929
r ₂	0.0075912	-0.002155	-0.001953	0.0003579	0.0020573	-0.000499
r ₃	0.0140579	-0.001814	0.0003579	-0.003428	-0.004824	-0.000779
r ₄	-0.069165	0.0257298	0.0020573	-0.004824	0.0529815	0.0076105
r ₅	-0.008528	0.0057929	-0.000499	-0.000779	0.0076105	0.0007916

ตรวจสอบค่า Det(Xi)

Det(E) 0.0570752
 Det(r1) -0.000975
 Det(r2) 1.383E-06
 Det(r3) 5.449E-09
 Det(r4) -3.72E-11
 Det(r5) -2.02E-17

ไม่เป็น Negative Definite ดังนั้นยังไม่เป็นค่าตอบที่ดีที่สุด

หาค่าที่เหมาะสมโดยวิธี Newton-Raphson

$$X^{k+1} = X^k + \theta(\nabla^2 f(x^k)^{-1})(\nabla f(x)^k)$$

รอบที่ 1 $\theta = 0.00001$

X^{k+1}	X^k	θ	$(\nabla^2 f(x^k)^{-1})$	$(\nabla f(x)^k)$
E ¹	= 2		205102.74 205128.11 615472.7 512805 102571 615105.704	0.114
r ₁ ¹	= 2		205128.11 205150.29 615419.94 512842 102541 615506.5335	-0.055
r ₂ ¹	= 6		615472.7 615419.94 1846353.2 1538716 307783 1846417.095	0.008
r ₃ ¹	= 5	0.00001	512804.72 512842.35 1538715.6 1281850 256416 1538097.896	0.014
r ₄ ¹	= 1		102571.15 102541.4 307782.82 256416 51299.8 307837.5751	-0.069
r ₅ ¹	= 6		615105.7 615506.53 1846417.1 1538098 307838 1841999.119	-0.009
2.11707	= 2	0.00001	11707.11	
2.11708	= 2	0.00001	11707.558	
6.35128	= 6	0.00001	35127.718	
5.29268	= 5	0.00001	29268.008	
1.05854	= 1	0.00001	5854.184	
6.35107	= 6	0.00001	35106.772	

Power ¹ =	f(x)	X ^{k+1}	Lower	Upper
	E	2.1171	1	2
	r ₁	2.1171	2	3
	r ₂	6.3513	5	6
	r ₃	5.2927	4	5
	r ₄	1.0585	1	2
	r ₅	6.3511	6	7

i = 0.137933

Power¹ = 0.120832723

สรุปได้ว่า Power ¹ = 0.120832723	>	Power = 0.114149822 ***Power of f(x)
---	---	---

เนื่องจากค่า X มีค่าเกินขอบเขตที่กำหนดดังนั้นไม่สามารถเพิ่มค่า θ

รอบที่ 2 $\theta = -0.00001$

X^{k+1}	X^k	θ	$(\nabla^2 f(x^k)^{-1})$					$(\nabla f(x)^k)$	
$E^1 =$	2	-0.00001	205102.74	205128.11	615472.7	512805	102571	615105.704	0.114
$r_1^1 =$	2		205128.11	205150.29	615419.94	512842	102541	615506.5335	-0.055
$r_2^1 =$	6		615472.7	615419.94	1846353.2	1538716	307783	1846417.095	0.008
$r_3^1 =$	5		512804.72	512842.35	1538715.6	1281850	256416	1538097.896	0.014
$r_4^1 =$	1		102571.15	102541.4	307782.82	256416	51299.8	307837.5751	-0.069
$r_5^1 =$	6		615105.7	615506.53	1846417.1	1538098	307838	1841999.119	-0.009
1.88293 =	2	-0.00001	11707.11						
1.88292 =	2	-0.00001	11707.558						
5.64872 =	6	-0.00001	35127.718						
4.70732 =	5	-0.00001	29268.008						
0.94146 =	1	-0.00001	5854.184						
5.64893 =	6	-0.00001	35106.772						

$f(x)$	X^{k+1}	Lower	Upper
E	1.8829	1	2
r_1	1.8829	2	3
r_2	5.6487	5	6
r_3	4.7073	4	5
r_4	0.9415	1	2
r_5	5.6489	6	7

$i = 0.137929$

$Power^1 = 0.10746692$

สรุปได้ว่า $Power^1 = 0.10746692$	<	$Power = 0.114149822$ ***Power of $f(x)$
-----------------------------------	---	---

การกำหนด θ ได้ไม่เหมาะสม

คำตอบที่ดีที่สุดจึงเป็น

E	2
r_1	2
r_2	6
r_3	5
r_4	1
r_5	6