HW 2

ตัวอย่าง 2^3

แบ่งส่วนเป็น 4 ส่วนเพื่อคำนวณ

k	f(t)	Furier Excel คำนวณ	ค่า Fourier Transform แบบแบ่งส่วน 4 ส่วน	IMABS	IMABS
0	2	35	35	35	35
1	3	-6.12132034355964+2.70710678118655i	-6.12132034355964+2.70710678118654i	6.693205	6.693205
2	4	-2+i	-2+i	2.236068	2.236068
3	5	-1.87867965644036-1.29289321881346i	-1.87867965644037-1.29289321881344i	2.280572	2.280572
4	6	1	1	1	1
5	5	-1.87867965644036+1.29289321881345i	-1.87867965644035+1.29289321881346i	2.280572	2.280572
6	6	-2-i	-2-i	2.236068	2.236068
7	4	-6.12132034355964-2.70710678118654i	-6.12132034355965-2.70710678118656i	6.693205	6.693205

ค่าที่ทำโดย Excel (Data Analysis)

ค่าที่ทำโดยการแบ่งเป็น 4 ส่วน แล้วใช้ Excel (Data Analysis) ที่ละส่วน

โดยค่า A_k ,B_k ,C_k ,D_k และ W^k , W^{2k} ,W^{3k} เป็นดังนี้

k	คู่	Ak	คี่	Bk	คู่	Ck	คี่	Dk
0	2	8	3	8	4	10	5	9
1	6	-4	5	-2	6	-2	4	1

B_k x W^k	C_k x W^{k2}	D_k x W^{k3}
8	10	9
-1.4142135623731+1.41421356237309i	6.98296672221876E-015+2i	-0.707106781186544-0.707106781186551i

Note: รายละเอียดการคำนวณ http://beam.to/statistics

HW2

วรา มินเสน 48850226

พิสูจน์

การแยก 4 ส่วน

$$\bar{X}_k = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}} W^{4nk} x_{4n} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} W^{(4n+1)k} x_{4n+1} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} W^{(4n+2)k} x_{4n+2} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} W^{(4n+3)k} x_{4n+3}$$

$$\bar{X}_k = \underbrace{\sum_{n=0}^{\frac{N}{4}} W^{4nk} x_{4n}}_{A_k} + W^{k} \underbrace{\sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} W^{4nk} x_{4n+1}}_{B_k} + W^{2k} \underbrace{\sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} W^{4nk} x_{4n+2}}_{C_k} + W^{3k} \underbrace{\sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} W^{4nk} x_{4n+3}}_{D_k}$$

$$\therefore \quad \bar{X}_k = A_k + W^k B_k + W^{2k} C_k + W^{3k} D_k$$

หา $\bar{X}_{k+\frac{N}{4}} = ?$

ที่ต้องพิจารณา $\quad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{N}{4}\right)} \qquad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{N}{4}\right)2} \qquad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{N}{4}\right)3}$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad\qquad e^{-j\pi} \qquad\qquad e^{-j\frac{3\pi}{2}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} - j\underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1} \Rightarrow \quad -j \qquad\qquad -1 \qquad\qquad j$$

$$\therefore \quad \bar{X}_{k+\frac{N}{4}} = A_k - jW^k B_k - W^{2k} C_k + W^{3k} D_k$$

NO ....

DATE / /

หา $\bar{X}_{k+\frac{N}{2}} = ?$

ก็ต้องพิจารณา $\quad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{N}{2}\right)} \qquad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{N}{2}\right)2} \qquad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{N}{2}\right)3}$

$$\Downarrow$$

$$e^{-j\pi} \qquad e^{-j2\pi} \qquad e^{-j3\pi}$$

$$\Downarrow$$

$$-1 \qquad 1 \qquad -1$$

$$\therefore \bar{X}_{k+\frac{N}{2}} = A_k - W^k B_k + W^{2k} C_k - W^{3k} D_k$$

หา $\bar{X}_{k+\frac{3N}{4}} = ?$

ก็ต้องพิจารณา $\quad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{3N}{4}\right)} \qquad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{3N}{4}\right)2} \qquad e^{-j\frac{2\pi}{N}\left(\frac{3N}{4}\right)3}$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$e^{-j\frac{3}{2}\pi} \qquad e^{-j3\pi} \qquad e^{-j\frac{9\pi}{2}}$$

$$\Downarrow$$

$$j \qquad -1 \qquad -j$$

$$\therefore \bar{X}_{k+\frac{3N}{4}} = A_k + jW^k B_k - W^{2k} C_k - jW^{3k} D_k$$

สรุป $\bar{X}_k = A_k + W^k B_k + W^{2k} C_k + W^{3k} D_k$

$$\bar{X}_{k+\frac{N}{4}} = A_k - jW^k B_k - W^{2k} C_k + W^{3k} D_k$$

$$\bar{X}_{k+\frac{N}{2}} = A_k - W^k B_k + W^{2k} C_k - W^{3k} D_k$$

$$\bar{X}_{k+\frac{3N}{4}} = A_k + jW^k B_k - W^{2k} C_k - jW^{3k} D_k$$

#

ถ้า สมมติ $N = 8$ เมื่อกำหนด $k = 0$ จะหาค่า $\bar{X}_0$ ได้ $\rightarrow \bar{X}_2 \rightarrow \bar{X}_4 \rightarrow \bar{X}_6$

$k = 1$ จะหาค่า $\bar{X}_1$ ได้ $\rightarrow \bar{X}_3 \rightarrow \bar{X}_5 \rightarrow \bar{X}_7$

และได้พิสูจน์โดยการหาคำตอบ เมื่อสมมติค่า แล้วใช้โปรแกรม Excel หาคำตอบแบบปกติ เปรียบเทียบกับ แบบ 4 ส่วน ได้ คำตอบ เดียวกัน

(ดูหน้าถัดไป)