

การจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อการคัดเลือกปัจจัยด้วยวิธีโดเมนความถี่

A Frequency Domain Method for Factor Screening in Computer Simulation

วฐา มินเสน และ พรเทพ อนุสสรนิติสาร

Watha Minsan and Pornthep Anussornitisarn

บทคัดย่อ

การคัดเลือกปัจจัยด้วยวิธีโดเมนความถี่ เป็นการจำลองระบบโดยกำหนดตัวแปรต้นให้เปลี่ยนแปลงค่าได้ระหว่างการทำทดลอง การเปลี่ยนแปลงค่านี้สามารถทำการเปลี่ยนแปลงค่าที่ตัวแปรต้นพร้อมกันทั้งหมดได้ โดยกำหนดคลื่นความถี่ที่ไม่ซ้ำกันให้แต่ละตัวแปรต้นแกว่งค่าของมันไปตามคลื่นความถี่ที่กำหนดนั้น ถ้าตัวแปรต้นตัวใดมีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ คลื่นความถี่ที่กำหนดให้ตัวแปรต้นดังกล่าวก็จะส่งผลไปสู่ตัวแปรผลลัพธ์ด้วย และส่งผลให้คลื่นความถี่นั้นเด่นกว่าความถี่อื่นๆ วิธีการนี้เป็นวิธีการที่สามารถใช้ได้กับฟังก์ชันตัวแปรผลลัพธ์ที่อยู่ในรูปแบบพหุนามกำลังหนึ่งหรือมากกว่าได้ การคัดเลือกปัจจัยด้วยวิธีโดเมนความถี่ใช้จำนวนครั้งในการรันที่ไม่ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรต้นที่พิจารณา การรันเพียง 2 ถึง 3 ครั้งก็สามารถคัดเลือกปัจจัยได้อย่างถูกต้อง

ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองที่ 1 จะพบว่าวิธีโดเมนความถี่สามารถคัดเลือกปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์จากจำนวนปัจจัยทั้งหมด 5 ปัจจัยได้อย่างถูกต้องทั้งแบบกำลังหนึ่ง สอง และอิทธิพลร่วมกันของตัวแปร การทดลองที่ 2 ระบบแถวคอย M/M/1 ก็สามารถหาปัจจัยที่มีผลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าเข้าไปในระบบได้ โดยการทดลองทั้งสองทำการรันเพียงการทดลองละ 3 ครั้งเท่านั้น

ABSTRACT

A frequency domain method for factor screening is a simulation model. It is run with input factors that are varied during a run according to sinusoidal oscillations. Different frequencies during a run are assigned to each factor. If the simulation response is sensitive to changes in a particular factor, then oscillating of this factor induces oscillations in the response. The frequency domain experiment permits one to identify an appropriate polynomial model for simulation output. The frequency domain simulation experiments typically will require 2-3 runs for factor screening.

The result of the first experiment, the frequency domain method can identifiable factors that induce the response. Five factors were screened for identifying important factors or interactions between factors. The next result, frequency domain simulation experiments screened important factors for response of M/M/1 queue.

Key Word: Factor Screening, Frequency Domain Experiment

E-mail: watham@hotmail.com , fengpta@ku.ac.th

ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Department of Industrial Engineering Faculty of Engineering Kasetsart University

บทนำ

ระบบงานที่มีความซับซ้อนมาก ถ้าใช้วิธีการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์โดยตรง พบว่ามีอุปสรรคในการวิเคราะห์และหาคำตอบที่เหมาะสม ทั้งนี้เนื่องจากบ่อยครั้งที่ การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ต้องมีจำนวนตัวแปรต้น (Input Variables) จำนวนมาก ทั้งๆ ที่ในจำนวนตัวแปรต้นเหล่านั้นอาจมีเพียงตัวแปรต้นไม่กี่ตัวที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ (Output Variables) ดังนั้นการหาตัวแปรต้นที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์เพื่อลดขนาดของปัญหา นั้นคือสามารถลดเวลาในการหาคำตอบที่เหมาะสม และเพิ่มความสะดวกในการนำตัวแบบ (Model) ไปใช้ เนื่องจากรูปแบบสมการของระบบที่สั้น ง่ายต่อการตีความและทำความเข้าใจ โดยวิธีการดังกล่าวเรียกว่า การคัดเลือกปัจจัย (Factor Screening)

การคัดเลือกปัจจัยในอดีตนั้นใช้เทคนิค การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k (Two-Level Factorial) โดยเทคนิคนี้กำหนดค่าคงที่ให้ปัจจัยแล้ว รันการจำลอง (Simulation Run) และจะเปลี่ยนค่าปัจจัยเพื่อรันการจำลองซ้ำต่อไปเรื่อยๆ ตามจำนวนที่วางแผนไว้ ดังนั้นการใช้เทคนิคดังกล่าวนี้ จำเป็นต้องรันการจำลองหลายครั้ง เช่น ถ้ามีจำนวนตัวแปรต้น 5 ตัว จะต้องรันการจำลองจำนวน $2^5 = 32$ ครั้ง จะเห็นว่าเป็นข้อเสียของวิธีการนี้ เพราะต้องใช้จำนวนครั้งในการรันจำนวนมากและยิ่งมากขึ้นถ้าจำนวนตัวแปรต้นมีจำนวนมาก ดังนั้นการใช้เทคนิคการคัดเลือกปัจจัยโดย วิธีโดเมนความถี่ (Frequency Domain Methodology: FDM) ที่พัฒนาโดย Shruben and Cogliano (1987)¹ เทคนิคนี้สามารถทำการปรับเปลี่ยนค่าของตัวแปรต้นในระหว่างการรันการจำลองและ ต้องการรันการจำลองเพียง 2 ถึง 3 ครั้งเท่านั้นก็สามารถคัดเลือกปัจจัยได้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k (Factorial Design 2^k)

เป็นวิธีที่ใช้มากในการทดลองเกี่ยวกับปัจจัยหลายปัจจัย เมื่อผู้วิจัยต้องการที่จะศึกษาถึงผลรวมที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์จากปัจจัยเหล่านั้น โดยปกติแต่ละปัจจัยสามารถเป็นได้ทั้งตัวแปรเชิงปริมาณหรือเป็นตัวแปรเชิงคุณภาพก็ได้ แต่เพื่อสะดวกในการวิเคราะห์แต่ละปัจจัย จะถูกแบ่งออกเป็นเพียง 2 ระดับ และในระดับที่กล่าวนี้จะแทนด้วย สูง หรือ ต่ำ ของปัจจัยหนึ่งๆ ในกรณีที่ทำการทดลองแบบ 1 ขั้ว การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k จะมีข้อมูลที่เกิดขึ้นทั้งสิ้น $2 \times 2 \times 2 \dots \times 2 = 2^k$ เช่น มีปัจจัย 5 ปัจจัย ก็จะมีจำนวนข้อมูลทั้งสิ้น 2^5 หรือ 32 ข้อมูล นั่นคือ ต้องทำการรันการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ทั้งสิ้น 32 ครั้งเพื่อศึกษาตัวแปรต้น ที่เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์หรือไม่

การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k มีประโยชน์มากต่องานทดลองเนื่องจากเป็นรูปแบบการทดลองที่ง่ายทั้งต่อการวางแผนการทดลอง การคำนวณ และการวิเคราะห์ผล และวิธีการนี้ก็เป็นวิธีการเบื้องต้นที่ทำให้เกิดการรันการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์จำนวนน้อยครั้งที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับแผนการทดลองแบบอื่นที่ไม่ได้ใช้การแบ่งแบบ 2 ระดับ

Trocine and Malone (2001)² ได้ทำการศึกษาวิธีการคัดเลือกปัจจัยที่เป็นที่นิยมใช้ ได้กล่าวไว้ว่าวิธีการออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพและเรียกวิธีนี้ว่าเป็น การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k เต็มรูปแบบ (Full Factorial Design 2^k) อย่างไรก็ตามวิธีการนี้สามารถลด

จำนวนรันได้จำนวนหนึ่ง นั่นคือ 2^{k-p} วิธีการดังกล่าวนี้เรียกว่า การออกแบบเศษส่วนเชิงแฟกทอเรียล 2^{k-p} (Fractional Factorial Design 2^{k-p}) เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพเช่นกันเพียงแต่วิธีการนี้สามารถศึกษาได้เพียงปัจจัยร่วมของ 2 ปัจจัยเพียงบางตัวเท่านั้น ซึ่งเป็นประโยชน์ในบางกรณีที่ไม่จำเป็นต้องศึกษาปัจจัยร่วมกันของ 2 ปัจจัยหรือมากกว่าแบบเต็มรูปแบบ ซึ่งจะทำให้เสียเวลาในการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์

ในการสรุปผลการคัดเลือกปัจจัย จะใช้ตาราง ANOVA ในการตัดสินใจผ่านการทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่ผู้วิจัยกำหนด โดยการตัดสินใจนี้สามารถตัดสินใจได้ทั้งอิทธิพลของตัวแปรต้นแต่ละตัวที่มีผลต่อตัวแปรผลลัพธ์ (Main Effect) และอิทธิพลร่วมกันของตัวแปรต้นที่มีผลต่อตัวแปรผลลัพธ์ (Interaction Effect)

ข้อดีในการใช้วิธีการออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k

1. เป็นวิธีการคัดเลือกปัจจัยที่นิยมใช้กันมากที่สุด ทั้งนี้เนื่องจากเป็นวิธีพื้นฐานที่ถูกศึกษาเป็นอันดับแรกในการคัดเลือกปัจจัย
2. ใช้เวลาในส่วนการวางแผนการศึกษาและวิเคราะห์ผลลัพธ์น้อยที่สุด

วิธีการทดลองโดเมนถี่ (Frequency Domain Experiment)

1. แนะนำเกี่ยวกับวิธีการทดลองโดเมนถี่

เป็นเทคนิคที่พัฒนาโดย Shruben and Cogliano (1987) โดยวิธี FDE สร้างขึ้นมาเพื่อคัดเลือกปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ การทดลองจะทำการจำลองโดยกำหนดให้ตัวแปรต้นที่เป็นตัวแปรแบบต่อเนื่องแปรเปลี่ยนค่าได้แบบคลื่นไซน์ระหว่างการรันการจำลอง โดยที่แต่ละตัวแปรต้นจะได้รับคลื่นความถี่ (Driving Frequency) แตกต่างกันไป และถ้าตัวแปรผลลัพธ์แปรเปลี่ยนไปโดยมีความสัมพันธ์กับตัวแปรต้น ซึ่งสามารถตรวจสอบอิทธิพลของตัวแปรต้นเหล่านั้นได้ด้วยการเปลี่ยนตัวแปรผลลัพธ์จากโดเมนเวลาไปเป็นโดเมนความถี่ แล้วตรวจสอบโดเมนความถี่ของตัวแปรผลลัพธ์กับคลื่นความถี่ที่ตัวแปรต้นได้รับ ถ้าตัวแปรต้นที่มีอิทธิพลมากในตัวแปรผลลัพธ์คลื่นความถี่ที่ตัวแปรต้นได้รับ ที่ระดับความถี่นั้นจะเด่นกว่าความถี่อื่นๆ ในตัวแปรผลลัพธ์และในทางกลับกัน ถ้าตัวแปรต้นไม่มีอิทธิพลในตัวแปรผลลัพธ์ความถี่ที่ตัวแปรต้นได้รับ ความถี่นั้นจะไม่เด่น

FDE เป็นการวิเคราะห์สเปกตรัมของตัวแปรผลลัพธ์ที่อยู่ในตัวแบบเชิงพหุนาม (Polynomial Model) เป็นฟังก์ชันที่ได้มาจากการจำลองผ่านตัวแปรต้น ตัวแบบดังกล่าวนี้อาจเรียกว่า ตัวแบบเมต้า (Meta Model) การจำลองโดยวิธีนี้ ต้องการจำนวนครั้งการทำจำลองระบบเพียงไม่กี่ครั้งเท่านั้นก็สามารถสรุปผลตัวแปรต้นที่เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์

ตัวแปรต้นที่ใช้ในการรันการจำลองสามารถอยู่ในรูปแบบตัวแปรต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องก็ได้ แต่โดยพื้นฐานของการทำโดเมนความถี่ตัวแปรต้นเป็นตัวแปรต่อเนื่อง ดังนั้นการอธิบายในส่วนนี้จึงอธิบายอยู่บนพื้นฐานตัวแปรต้นต่อเนื่องเป็นสำคัญ ในขณะที่ตัวแปรต้นไม่ต่อเนื่องถูกอธิบายไว้โดย Shruben (1986)³

2. การออกแบบการทดลองโดเมนความถี่

2.1. รูปแบบปัญหา

Shruben and Cogliano (1987) ได้กำหนดรูปแบบปัญหาไว้ดังนี้ เมื่อกำหนดให้ตัวแปรต้นมีจำนวน p ตัวแปร นั่นคือ x_1, x_2, \dots, x_p ตัวแปรผลลัพธ์กำหนดให้เป็นเป็นตัวแปร y ค่าคาดหวังของตัวแปรผลลัพธ์คือ $E(y)$ เป็นฟังก์ชันของทุกตัวแปร x ดังนั้นตัวแบบพื้นผิวผลตอบที่สมการพหุนามลำดับที่ k เป็นดังนี้

หรือ
เมื่อ

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1\tau_1 + \beta_2\tau_2 + \dots + \beta_q\tau_q$$

$$E(y) = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j\tau_j$$

$E(y)$ เป็น ค่าคาดหวังของตัวแปรผลลัพธ์

τ_j เป็นเทอมในพหุนาม ลำดับที่ k ในกรณีนี้หมายถึงผลรวมของเลขชี้กำลังไม่มากกว่าค่า k ยกตัวอย่างเช่น ถ้า $k = 5$ แล้ว $x_1^2 x_2^4$ จะไม่อยู่ในเทอมของสมการเพราะเลขชี้กำลัง $2 + 4$ มากกว่า 5 เป็นต้น

β_j เป็นสัมประสิทธิ์ของเทอม τ_j และ

q เป็นจำนวนเทอมทั้งหมดของฟังก์ชันตัวแปรผลลัพธ์

จากฟังก์ชันข้างต้น ถ้าเทอมของ τ_j ใดๆ ที่มีความหมายต่อฟังก์ชันค่าสัมประสิทธิ์ β_j จะไม่มีค่าเป็นศูนย์

2.2. การออกแบบการทดลองโดเมนความถี่

ขั้นตอนการออกแบบการทดลองมีด้วยกัน 3 ขั้นตอนคือ

2.2.1. การเลือกคลื่นความถี่ของปัจจัย

การเลือกคลื่นความถี่ให้กับตัวแปรต้นเพื่อทำการจำลองนั้น ตัวแปรต้นทุกตัวแปรต้องได้รับคลื่นความถี่ที่ค่าไม่เท่ากัน เมื่อกำหนดให้ n เป็นจำนวนข้อมูลที่ต้องการทำได้รับจากการทำการทดลอง การวิเคราะห์สเปกตรัมของความถี่จะไม่แม่นยำถ้ากำหนดให้คลื่นความถี่ต่ำกว่า $1/n$ รอบต่อการเก็บข้อมูลและค่าสูงสุดที่สามารถวิเคราะห์สเปกตรัมของความถี่ได้คือ 0.5 รอบต่อการเก็บข้อมูล นั่นคือกำหนดคลื่นความถี่ ω จะอยู่ในช่วง $1/n \leq \omega \leq 0.5$

เมื่อมีการพิจารณาในเทอมของอิทธิพลร่วม และในเทอมของพหุนาม เช่น พหุนามลำดับที่ 2 การพิจารณาคคลื่นความถี่เหล่านั้นสามารถคำนวณได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ากำหนดให้มีตัวแปรต้น x_1 และ x_2 อิทธิพลร่วมของสองตัวแปรคือ $x_1 x_2$ ความถี่ที่เป็นตัวชี้ของอิทธิพลร่วมนี้คือ

$$x_1(t) = a_1 \cos 2\pi\omega_1 t$$

$$x_2(t) = a_2 \cos 2\pi\omega_2 t$$

เมื่อ

a เป็นแอมพลิจูดของแต่ละตัวแปรต้น

t เป็นข้อมูลที่เก็บ ณ เวลา $1, 2, \dots, t$

ดังนั้น

$$x_1 x_2 = 1/2 a_1 a_2 (\cos 2\pi(\omega_1 + \omega_2)t + \cos 2\pi(\omega_1 - \omega_2)t)$$

ดังนั้นอิทธิพลร่วมของ $x_1 x_2$ จะมีคลื่นความถี่ที่ต้องตรวจสอบ 2 ค่าคือ $(\omega_1 + \omega_2)$ และ $(\omega_1 - \omega_2)$

ในกรณีหาตัวชี้ความถี่ของพหุนามลำดับที่ 2 ของตัวแปรต้นก็สามารถจัดทำได้นี้

ถ้ากำหนดให้มีตัวแปรต้น x_1 ตัวแปรพหุนามลำดับที่ 2 คือ x_1^2 ความถี่ที่เป็นตัวชี้คือ

$$x_1^2(t) = a_1^2 \cos^2 2\pi\omega_1 t$$

$$x_1^2(t) = 1/2 a_1^2 (1 + \cos 2\pi(2\omega_1) t)$$

$$x_1^2(t) = 1/2 a_1^2 \cos 2\pi(0)t + 1/2 a_1^2 \cos 2\pi(2\omega_1)t$$

ดังนั้นตัวแปรพหุนามลำดับที่ 2 x_1^2 มีคลื่นความถี่ที่ต้องการตรวจสอบ 2 ค่าคือ 0 และ $2\omega_1$

จากตัวอย่างข้างต้นทำให้ทราบว่าในกรณีต้องการตรวจสอบตัวแปรที่เป็นพหุนามลำดับ 2 สามารถจัดทำได้โดยนำ $2 \times \omega$ และถ้าเป็นการศึกษาอิทธิพลร่วมของตัวแปรต้น 2 ตัวแปรก็สามารถจัดทำได้โดยนำ

$(\omega_i \pm \omega_j)$ ซึ่งจะได้ตัวคลื่นความถี่ที่ต้องตรวจสอบ 2 ตัว แต่จากข้อกำหนดที่ว่า คลื่นความถี่ ω จะอยู่ในช่วง $1/n \leq \omega \leq 0.5$ ดังนั้นถ้าเมื่อใดที่ ω ที่คำนวณจากทั้งตัวแปรที่มีอิทธิพลร่วม และตัวแปรที่เป็นพหุนามลำดับที่ 2 ขึ้นไป มีค่าเกินกว่า 0.5 จะต้องนำค่า 1 นั้นไปลบออก เพื่อให้ค่า ω อยู่ในช่วงที่กำหนด

การที่ต้องตรวจสอบคลื่นความถี่ของทั้งตัวแปรต้น ตัวแปรพหุนาม และตัวแปรที่เป็นอิทธิพลร่วม ทำให้โอกาสการใช้ ω ร่วมกันในบางตัว (Partial Confounding) เช่น เมื่อกำหนดให้ตัวแปรต้น x_1 และ x_2 มีคลื่นความถี่ $\omega_1 = 0.3$ and $\omega_2 = 0.4$ อิทธิพลร่วมของ $x_1 x_2$ จะมีคลื่นความถี่ที่ต้องตรวจสอบ 2 ค่าคือ $(0.3 + 0.4 = 0.7$ or $0.3)$ และ $(0.3 - 0.4 = -0.1$ or $0.1)$ จะเห็นว่าเกิดการใช้คลื่นความถี่ร่วมกันของตัวแปรต้น x_1 และตัวแปรที่เป็นอิทธิพลร่วม $x_1 x_2$ ดังนั้นการเลือกคลื่นความถี่จึงจำเป็นอย่างมากที่ต้องเลือกอย่างระมัดระวัง Jacobson et al. (1990)⁴ ได้ทำการศึกษาเพื่อกำหนดคลื่นความถี่ไม่ให้เกิดการใช้คลื่นความถี่ร่วมกันในการจำลองเหตุการณ์แบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Event Simulations) โดยทำการศึกษาไว้ทั้งสิ้น 21 ตัวแปรต้น พหุนามลำดับ 2 ($k = 2$) และทำการศึกษา 11 ตัวแปรต้น ที่พหุนามลำดับ 3 ($k = 3$)

2.2.2. การเลือกแอมพลิจูดของคลื่นความถี่

การเลือกช่วงของตัวแปรต้นนั้นอยู่บนพื้นฐานง่ายๆ ดังนี้

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_p) | \text{Lower}_i \leq x_i \leq \text{Upper}_i\}$$

การกำหนดค่าแอมพลิจูดจะมีผลต่อขนาดของสเปกตรัมของตัวแปรผลลัพธ์ นั่นคือความสูงของสเปกตรัมของตัวแปรผลลัพธ์จะเป็นสัดส่วนกับความสูงของสเปกตรัมของตัวแปรต้นที่ความถี่เดียวกัน ถ้ากำหนดแอมพลิจูดเล็กเกินไปผลของการแกว่งก็ยากที่จะถูกตรวจสอบเจอ ถ้ากำหนดแอมพลิจูดใหญ่เกินไป ก็จะทำให้ค่าของตัวแปรต้นออกนอกช่วงของตัวแปรต้นที่มันจะเป็นไปได้ Jacobson (1989)⁵ ได้ทำการศึกษาในการตัดสินใจเกี่ยวกับการเลือกแอมพลิจูด โดยศึกษาอิทธิพลของแอมพลิจูด 3 อย่างคือ 1) ความเป็นไปได้ (Feasibility) 2) สิ่งรบกวน (Noise) 3) เทอมพหุนามที่ลำดับสูงๆ และได้สรุปผลไว้ว่า ถ้าต้องการให้ตัวแปรต้นอยู่ในช่วงที่เป็นไปได้ และศึกษาในเทอมพหุนามที่ลำดับต่ำ แอมพลิจูดสามารถกำหนดอยู่ในช่วงน้อยๆ ได้ และถ้าต้องการลดผลกระทบที่เป็นสิ่งรบกวนก็ควรที่จะเลือกแอมพลิจูดที่กว้างเท่าที่จะเป็นไปได้ อย่างไรก็ตามอิทธิพลของแอมพลิจูดทั้ง 3 นั้นยากที่จะทำให้เป็นไปในทางเดียวกันได้ ถ้าจำเป็นต้องเรียงลำดับความสำคัญก็ควรพิจารณาที่ ความเป็นไปได้ของตัวแปรต้นเป็นอันดับแรก และผลกระทบของเทอมพหุนามที่ลำดับสูงๆ ไม่ควรปรากฏเป็นอันดับถัดมา และสุดท้ายจึงพิจารณาอิทธิพลของสิ่งรบกวน

แอมพลิจูดถูกเลือกในแต่ละตัวแปรต้นในช่วงที่เป็นไปได้มีรูปแบบดังสมการต่อไปนี้

$$x_i(t) = 1/2(\text{Upper}_i + \text{Lower}_i) + 1/2(\text{Upper}_i - \text{Lower}_i) \cos 2\pi\omega_i t$$

2.2.3. การสรุปผล

ในการสรุปผลการคัดเลือกปัจจัยโดยวิธี FDE สามารถวิเคราะห์ได้ 2 วิธี คือ 1) กราฟโดเมนความถี่ (Frequency Domain Graph) ซึ่ง Lee W. Schruben⁶ (1986) ได้เป็นผู้พัฒนาและนำเสนอแนวคิดนี้ โดยปกติกราฟนี้ได้ค่าคำนวณจากอัตราส่วนสเปกตรัมของโดเมนความถี่ที่กำหนดความถี่คลื่นต่างๆ ให้กับตัวแปรต้น (Signal Run) เพื่อให้ใช้ในการรันการจำลองกับโดเมนความถี่ที่ควบคุม(Control Run) เมื่อไม่มีการกำหนดคลื่นความถี่ให้ตัวแปรต้น ผลลัพธ์ของกราฟที่ได้ จะพบว่าเมื่อตัวแปรต้นใดที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ ที่ระดับความถี่ที่กำหนดให้ตัวแปรต้นนั้นจะส่งผลต่อกราฟที่ความถี่ดังกล่าวมีความสูงมากกว่าความถี่อื่นๆ วิธีการ

พิจารณาแบบกราฟโดเมนความถี่นี้เป็นวิธีการที่ง่าย สะดวกต่อการใช้งาน แต่บางครั้งก็อาจตัดสินใจได้ยากเมื่อความถี่ที่พิจารณาแตกต่างจากความถี่อื่นๆ ไม่มากพอ การตัดสินใจอาจเป็นไปได้ทั้งสองทางคือ ปัจจัยต้นนั้นมีอิทธิพล หรือไม่มีอิทธิพล ดังนั้นจึงมีวิธีอีกวิธีการวิเคราะห์ที่สามารถขจัดปัญหาการตัดสินใจจากกราฟคือ 2) การใช้การทดสอบทางสถิติ ซึ่ง Schruben and Cogliano (1987) ร่วมกันพัฒนาและนำเสนอวิธีนี้ การทดสอบทางสถิติจะนำเทคนิคการวางแผนการทดลองแบบต่างๆ มาใช้เพื่อกำหนดจำนวนรันการจำลอง เพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือในการตัดสินใจทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญ การวางแผนการทดลองที่ Schruben and Cogliano แนะนำคือ แผนการทดลองแบบลาตินแอสควร์ แผนการทดลองนี้จะใช้จำนวนรันทั้งหมด $p + 1$ เมื่อ p คือจำนวนตัวแปรต้น ส่วนแผนการทดลองแบบอื่นๆ ก็สามารถใช้ได้ เช่น Sanchez *et al.*(2006)⁷ ใช้แผนการทดลองแบบเชิงแพททอเรียล ซึ่งทำการรันเพียงไม่กี่ครั้งเท่านั้นก็สามารถทดสอบสมมติฐานทางสถิติได้ โดยจำนวนรันไม่ได้ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรต้นแต่ขึ้นอยู่กับนักวิจัยเป็นผู้กำหนดเอง

ข้อดีในการใช้วิธีโดเมนความถี่ในการคัดเลือกปัจจัย

1. จำนวนครั้งที่ใช้รันเพื่อการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์มีจำนวนน้อย
2. สามารถพิจารณาอิทธิพลหลัก อิทธิพลร่วมกันของปัจจัย และพหุนามกำลังสองของปัจจัยไปพร้อมกัน
3. สามารถวิเคราะห์ปัจจัยที่มีอิทธิพลได้ทั้งวิธีการที่ง่ายในการจัดทำ และแบบการทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่มีความน่าเชื่อถืออย่างมีนัยสำคัญ

การทดลอง

การวิจัยในครั้งนี้จะทดสอบการค้นหปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์โดยกำหนดตัวอย่างในการทดสอบดังนี้

การทดลองที่ 1 สมมติสมการกล่องดำ (Black Box) ของระบบเป็นดังนี้

$$y(t) = x_1 + x_2^2 + x_3x_4 + 0.01x_1x_3 + x_5 + \varepsilon(t)$$

เมื่อกำหนดให้ $\varepsilon(t)$ เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 ความแปรเป็น 1 และตัวแปรต้น x_1, x_2, x_3, x_4 และ x_5 มีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1

จากสมการดังกล่าวนี้จะเห็นว่าตัวแปรผลลัพธ์ได้รับอิทธิพลจาก ตัวแปร x_1, x_2^2, x_3x_4 และ x_5 และตัวแปรที่ไม่น่าจะมีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ก็คือ อิทธิพลร่วมของ x_1x_3 เนื่องจากมีค่าสัมประสิทธิ์ของอิทธิพลร่วมนี้มีค่าน้อย


การทดลองนี้ทำการทดลองจำนวน 3 วัน แต่每天有ข้อมูลจำนวน 4,422 ตัว ในระดับความถี่ตามตารางที่ 1


ตารางที่ 1 แสดงการกำหนดความถี่ให้ตัวแปรในการทดลองทั้ง 3 ครั้ง

การทดลองครั้งที่ (วัน)	ความถี่				
	0.05	0.06	0.14	0.27	0.29
1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1
3	x_3	x_4	x_5	x_1	x_2

การทดลองที่ 2 ระบบแถวคอย M/M/1 ที่มีรูปแบบแถวคอยเป็นดังนี้

ถ้าระบบแถวคอยแบ่งเป็น 2 แถว โดยมีอัตราการเข้ามาของลูกค้า และอัตราการให้บริการเป็นดังนี้

แถวคอยที่ 1 $\lambda_1 = 400$ วินาทีต่อคน  $\mu_1 = 60$ วินาทีต่อคน

แถวคอยที่ 2 $\lambda_2 = 76$ วินาทีต่อคน  $\mu_2 = 60$ วินาทีต่อคน

จากระบบแถวคอยสมมติที่สร้างขึ้น มีปัจจัยที่ต้องทำการศึกษาระหว่างแถวคอยละ 2 ตัว คือแถวคอยที่ 1 λ_1 และ μ_1 แถวคอยที่ 2 λ_2 และ μ_2 ตัวแปรผลลัพธ์คือเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบ ดังนั้นจะเห็นว่าระบบแถวคอยที่ 1 ปัจจัยที่ไม่น่าจะมีอิทธิพลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบคือปัจจัย λ_1 เนื่องจากแถวคอยนี้มีคนมาใช้บริการจำนวนน้อยมากนั่นเอง

การทดลองนี้ทำการทดลองจำนวน 3 วัน แต่每天有ข้อมูลจำนวน 4,422 ตัว ในระดับความถี่ตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงการกำหนดความถี่ให้ตัวแปรในการทดลองทั้ง 3 ครั้ง

การทดลองครั้งที่	ความถี่			
	0.11	0.43	0.35	0.25
1	λ_1, λ_2	μ_1, μ_2		
2	μ_1, μ_2	λ_1, λ_2		
3			λ_1, λ_2	μ_1, μ_2

ผลการทดลอง

การจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์ในงานวิจัยนี้ ใช้คอมพิวเตอร์ Dual Core 1.86 GHz Memory 2 GB และเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ผ่านโปรแกรม MATLAB ได้ผลการทดลองทั้ง 2 ดังนี้

การทดลองที่ 1

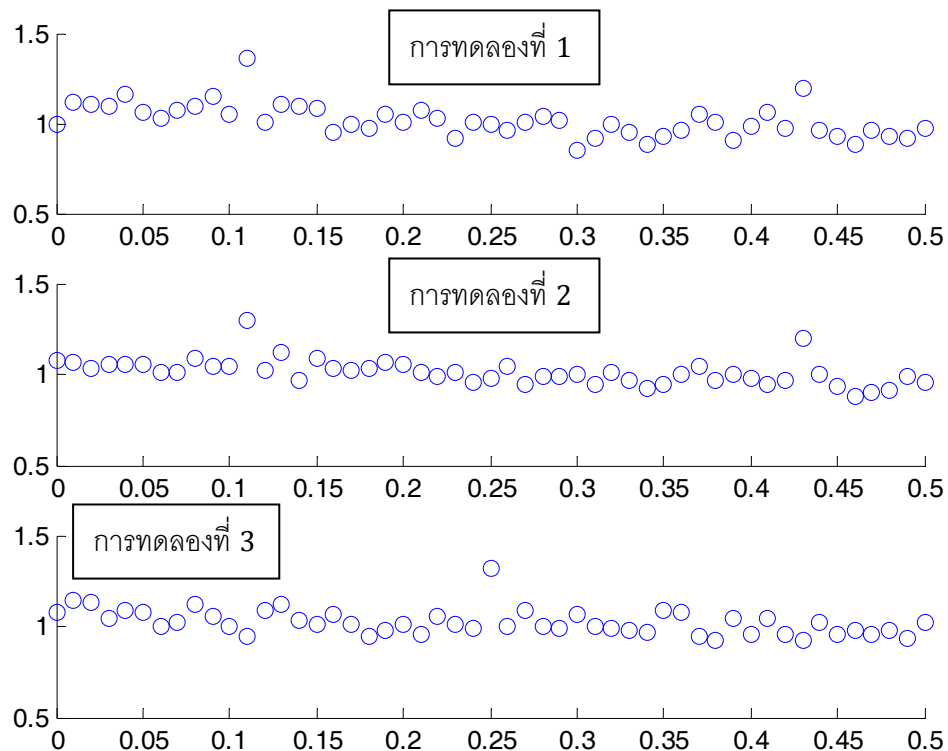
จากตารางที่ 3 เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญในการทดสอบที่ 0.05 พบว่า ปัจจัย x_1, x_5, x_2^2 และ x_3x_4 เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ $y(t)$ แสดงให้เห็นว่าการใช้วิธีโดเมนความถี่สามารถคัดเลือกปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ถ้าต้องการทำการคัดเลือกปัจจัยด้วยวิธีการออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k จะต้องทำการทดลองทั้งสิ้น $2^5 = 32$ วัน

ตารางที่ 3 แสดงผลลัพธ์การทดสอบทางสถิติของการทดลองที่ 1

ปัจจัย	$P - value$ of x^2	ปัจจัย	$P - value$ of x^2	ปัจจัย	$P - value$ of x^2	ปัจจัย	$P - value$ of x^2
x_1	0	x_1^2	0.63	x_1x_2	0.86	x_2x_4	0.89
x_2	0.78	x_2^2	0	x_1x_3	0.77	x_2x_5	0.90
x_3	0.73	x_3^2	0.89	x_1x_4	0.76	x_3x_4	0
x_4	0.58	x_4^2	0.89	x_1x_5	0.90	x_3x_5	0.78
x_5	0	x_5^2	0.93	x_2x_3	0.82	x_4x_5	0.75

การทดลองที่ 2

แถวคอยที่ 1



รูปที่ 1 แสดงอัตราส่วนสเปกตรัมจากการทดลองที่ 2 แถวคอยที่ 2

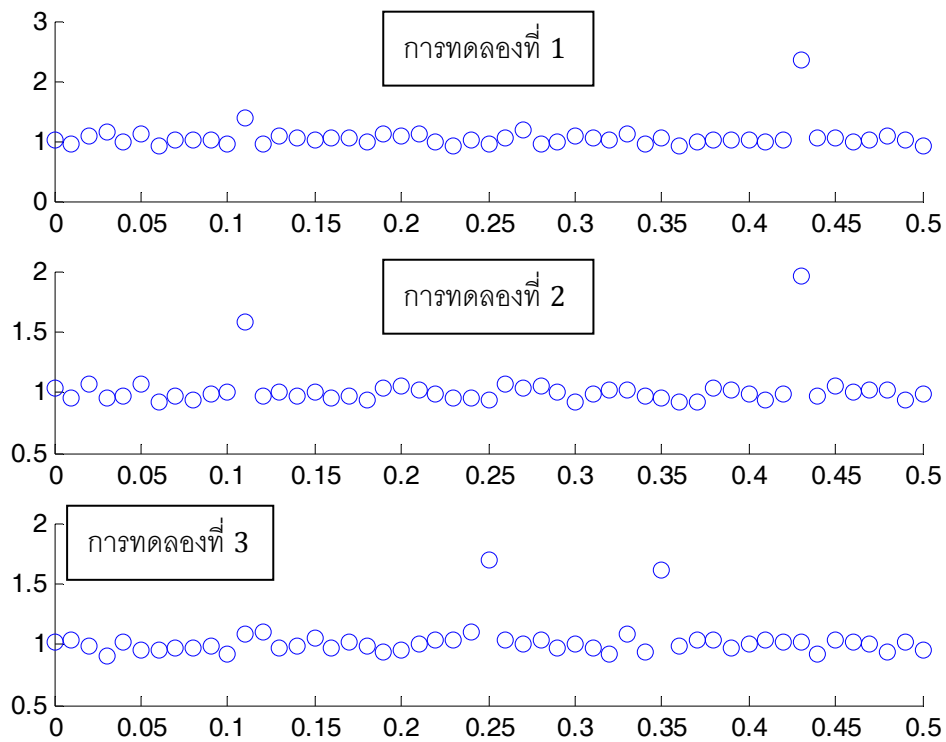
จากรูปที่ 1 พบว่า การทดลองที่ 1 ความถี่เด่นคือ 0.11 การทดลองที่ 2 ความถี่เด่นคือ 0.11 และ 0.43 และการทดลองที่ 3 ความถี่เด่นคือ 0.25 ตามลำดับ ความถี่เด่นที่ปรากฏชัดเจนเหล่านี้คือปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบ นั่นคือ ปัจจัย μ_1 แต่อย่างไรก็ตามการสังเกตกราฟในครั้งนี้อาจจะทำได้ยาก ดังนั้น เราสามารถตัดสินใจผ่านการทดสอบทางสถิติ ได้ผลดังตารางที่ 4 นั่นคือที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ปัจจัย μ_1 มีอิทธิพลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบ

ตารางที่ 4 แสดงผลลัพธ์การทดสอบทางสถิติของการทดลองที่ 2 แถวคอยที่ 1

ปัจจัย	$P - value$ of x^2	ปัจจัย	$P - value$ of x^2
λ_1	0.1043	μ_1	0.0451

แถวคอยที่ 2

จากรูปที่ 2 พบว่า การทดลองที่ 1 ความถี่เด่นคือ 0.11 และ 0.43 การทดลองที่ 2 ความถี่เด่นคือ 0.11 และ 0.43 และการทดลองที่ 3 ความถี่เด่นคือ 0.25 และ 0.35 ตามลำดับ ความถี่เด่นที่ปรากฏชัดเจนเหล่านี้คือปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบ นั่นคือ ปัจจัย λ_2 และ μ_2



รูปที่ 2 แสดงอัตราส่วนสเปกตรัมจากการทดลองที่ 2 แถวคอยที่ 2

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการจัดระบบแถวคอยแถวที่ 1 นั้น λ_1 ไม่มีอิทธิพลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบ ซึ่งก็ตรงกับความเป็นจริง เนื่องจากลูกค้ามีจำนวนน้อย การเข้ามาใช้บริการโดยส่วนมากไม่จำเป็นต้องต่อคิว ดังนั้นเวลาที่ใช้ไปในระบบจึงเป็นของเวลาการให้บริการหรือ μ_1 เท่านั้น

สรุปผลการวิจัย

วิธีการโดเมนความถี่เป็นวิธีการคัดเลือกปัจจัยที่มีประสิทธิภาพ สามารถคัดเลือกปัจจัยด้วยการทำการทดลองเพียงไม่กี่ครั้ง การพิจารณาคัดเลือกปัจจัยก็สามารถพิจารณาจากกราฟ หรือใช้การทดสอบทางสถิติ ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองที่ 1 วิธีโดเมนความถี่สามารถคัดเลือกปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องจากจำนวนปัจจัยทั้งหมด 20 ปัจจัย คือปัจจัยแบบกำลังหนึ่ง x_1, x_2, x_3, x_4 และ x_5 แบบกำลังสอง $x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2$ และ x_5^2 และอิทธิพลร่วมกันของตัวปัจจัย $x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, x_1x_5, x_2x_3, x_2x_4, x_2x_5, x_3x_4, x_3x_5$ และ x_4x_5 ในส่วนการทดลองที่ 2 ระบบแถวคอยที่ 1 M/M/1 ก็สามารถหาปัจจัยที่มีผลต่อเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าใช้ไปในระบบได้คือ μ_1 โดยการทดลองทั้งสองทำการรันเพียงการทดลองละ 3 ครั้งเท่านั้น

เอกสารอ้างอิง

- ¹ L.W. Schruben and V.J. Cogliano, "An experimental procedure for simulation response surface", *Comm. ACM* 30, 716-730 (1987).
- ² Linda Trocine and Linda C. Malone, "An overview of newer, advanced screening methods for the initial phase in an experimental design", *Proceedings of the 2001 Winter Simulation Conference*, (2001).
- ³ Lee Schruben, "Simulation optimization using frequency domain methods", In *Proceedings of the 1986 Winter Simulation Conference*, J.R. Wilson, J.O. Henriksen, and S.D. Roberis, Eds. IEEE, 366-369 (1986).
- ⁴ Sheldon H. Jacobson, Arnold H. Buss and Lee W. Schruben, "Driving Frequency Selection for frequency domain simulation experiments", *Operations Research* 39, 917-924 (1991).
- ⁵ Sheldon H. Jacobson, "Oscillation amplitude considerations in frequency domain experiments", *Proceedings of the 1989 Winter Simulation Conference*, (1989).
- ⁶ Lee Schruben, "Simulation Optimization Using Frequency Domain Methods", *Proceedings of the 1986 Winter Simulation Conference*, (1986).
- ⁷ Susan M. Sanchez , Farhad Moeeni and Paul J. Sanchez, "So many factors, so little time... Simulation experiments in the frequency domain" , *Science Direct , Int. J. Production Economics* 103 , 149-165 (2006).